

**Frequenzstabilisierung eines 674 nm
Diodenlasers
zur Detektion der Rydberganregung
von Strontiumionen**

MASTERARBEIT

zur Erlangung des akademischen Grades

MASTER OF SCIENCE

eingereicht an der

FAKULTÄT FÜR
MATHEMATIK, INFORMATIK UND PHYSIK,
DER LEOPOLD-FRANZENS UNIVERSITÄT INNSBRUCK,

durchgeführt am Institut für Experimentalphysik
unter Betreuung von Assoz. Prof. Dr. Markus Hennrich

eingereicht von

FLORIAN KRESS

NOVEMBER 2015

À MES GRANDS-PARENTS ANDRÉE ET JEAN.

Kurzfassung

Experimente mit gefangenen Ionen gehören zu den am weitesten fortgeschrittenen Realisierungen eines Quantencomputers. Quanteninformation wird hierzu in zwei der elektronischen Zuständen des Ions gespeichert. Sollen optische Übergänge des Ions als Qubit verwendet werden, wird ein schmalbandiger Laser mit Linienbreite in der Größenordnung von einigen Hertz benötigt, um den Qubitübergang kohärent treiben zu können. Diese Arbeit beschreibt den Aufbau eines solchen schmalbandigen Lasersystems mit einer Wellenlänge von 674 nm zur Anregung des $5s^2S_{1/2} \leftrightarrow 4d^2D_{5/2}$ Quadrupolüberganges in $^{88}\text{Sr}^+$ Ionen. Dieser Laser ist ein wesentliches Element des hier beschriebenen Experiments mit gefangenen Ionen.

In Zukunft sollen in diesem Experiment gefangene Rydbergionen und neue, auf der Rydberganregung basierende Gatteroperationen erforscht werden. Im Zuge dessen wird der hier beschriebene Laser nicht nur zur Manipulation der Qubits verwendet, sondern auch zur Detektion der Rydberganregung.

Abstract

Experiments with trapped ions are among the most advanced realizations of quantum computers. In such systems, each qubit is stored in two electronic states of each trapped ion. If these two electronic states are separated by an optical transition, a narrow line width laser, with a line width of a few Hertz, is needed to drive the qubit transitions coherently. This thesis describes the setup of a narrow line width laser system, at a wavelength of 674 nm, for the excitation of the $5s^2S_{1/2} \leftrightarrow 4d^2D_{5/2}$ quadrupole transition in $^{88}\text{Sr}^+$ ions. This laser is an essential part of the trapped ion experiment considered in this thesis.

The future goal of the experiment is to carry out new gate operations based on the interaction of trapped Rydberg ions. The 674 nm laser system is not only used to manipulate qubits, but also for the detection of the Rydberg excitation.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	3
2.1	Gefangene Strontium-Rydbergionen	3
2.1.1	Warum Strontium?	3
2.1.2	Energieniveauschema von Strontiumionen	5
2.1.3	Gefangenes Ion in einer Paulfalle	9
2.1.4	Wechselwirkung von Licht und Ionen	13
2.2	Laserstabilisierung mithilfe eines optischen Resonators	16
2.2.1	Optischer Resonator	16
2.2.2	Frequenzstabilisierung nach Pound-Drever-Hall	20
2.2.3	Regelungstechnik	24
3	Das Qubitlasersystem	29
3.1	Der Laser	29
3.2	Optischer Aufbau	30
3.2.1	Lasertisch	32
3.2.2	Vorstabilisierung	32
3.2.3	Hoch-Finesse-Resonator	34
3.2.4	Experiment	36
3.3	Hoch-Finesse-Resonator und gemessene Parameter	39
3.3.1	Aufbau des Referenzresonators	39
3.3.2	Pound-Drever-Hall Signal	42
3.3.3	Freier Spektralbereich	44
3.3.4	Finesse des Resonators	44
3.3.5	Linienbreite	45
3.3.6	Kalibrierung des Temperatursensors	47
3.3.7	Temperaturstabilität der Hoch-Finesse Resonator	48
3.3.8	Nulldurchgang der thermischen Ausdehnung (zero-expansion-point)	49
3.4	Intensitätsstabilisierung	52
4	Spektroskopie eines gefangenen Strontium-Ions	58
4.1	Quantensprünge und Auffinden der Resonanz	58
4.2	Spektrallinien	59

4.2.1	Spektrum mittels differentiellen Fluoreszenz-Messung	59
4.2.2	Bestimmung der mittleren Anregung mittels eines Histogramms	60
4.3	Rabioszillationen	63
4.4	Optisches Pumpen	64
4.5	Anregung in den Rydbergzustand	65
5	Zusammenfassung und Ausblick	68
A	Red Pitaya	70
B	RaspberryPi Webcamservers	72
C	Charakterisierung des Spulenstroms und Abschätzung der Linienverbreiterung durch Stromschwankungen	76
D	Frequenzstabilität des Wellenlängenmeßgeräts	77
E	VISA	79
E.1	Digital Multimeter - Agilent 34461A	80
E.2	Signal Generator - Rigol DG1022A	80
E.3	Spectrum Analyser - Hameg HMS-X	81
E.4	Oszilloskope - Agilent DSOX3024A	82
F	Zertifikat des Hoch-Finesse-Resonators	83
G	Datenblatt des Qubig EOMs	85
	Literaturverzeichnis	91

Kapitel 1

Einleitung

In den letzten 50 Jahren wurde unser Leben durch die rasche Entwicklung moderner Computer revolutioniert. Egal ob im Bereich der Kommunikation, Unterhaltung, Wirtschaft oder Forschung.

Eine ähnliche Revolution in den letzten Jahrzehnten brachte die rasante Entwicklung des Lasers, auch wenn die Auswirkung des Lasers in geringerem Ausmaß wahrgenommen wird. Doch die Entwicklung des Lasers eröffnet nicht nur neue Möglichkeiten für Wissenschaftler, sondern beeinflusst mit der Entwicklung der CD oder von Glasfasernetzwerken auch die allgemeine Bevölkerung.

Die Entwicklung des Lasers und die fortschreitende Digitalisierung sind offenbar nicht unabhängig voneinander, auch wenn der heutige PC, im Gegensatz zum Laser, auf den klassischen Gesetzen der Physik und nicht auf den Gesetzen der Quantenphysik basiert. Die klassische Physik ist in gewisser Weise eine Näherung der Quantenphysik, bei der Informationen verloren gehen, oder bewusst reduziert werden. So auch beim klassischen Computer.

Feynman erkannte 1982 [18], dass es schwierig ist mit einem klassischen Computer komplexe quantenphysikalische Probleme zu lösen, da die Berechnungen schnell sehr aufwändig werden. Für die Lösung quantenphysikalische Probleme bedarf es eines Computers, der mit all diesen Informationen umgehen kann, also einem Quantensimulator.

Drei Jahre später verallgemeinerte Deutsch den theoretischen Ansatz der Turingmaschine für Quantencomputer [12]. Somit war die Idee des universellen Quantencomputers geboren.

Die ersten nützlichen Algorithmen für Quantencomputer, welche effizienter sind als ihre klassischen Äquivalente, wurden etwa zehn Jahr später von Shor [65] und Grover [24] entwickelt.

Die bislang nur theoretisch entwickelten Konzepte konnten nach einem Vorschlag von Cirac und Zoller [9] unter anderem aufgrund der technologischen Fortschritte im Bereich der Lasertechnik erstmals 1995 von Monroe et al. in Form einer fundamentalen Gatteroperationen realisiert werden [46]. Seitdem hat das Rennen um die Entwicklung des nutzbaren Quantencomputers begonnen. Viele physikalische Systeme bieten die Möglichkeit einen Quantencomputer zu realisieren. Einiger diese Systeme sind beispielsweise: Supraleitende Schaltungen [32, 10], Farbzentren in Diamanten [52, 49], in hochreinem Silizium eingebettete Qubits [33, 42] oder Einzelphotonquellen [35]. Eine Übersicht über die verschiedenen Systeme ist in den folgenden beiden Artikeln gegeben [6, 23]. Es ist noch nicht absehbar, welches physikalische System sich letztendlich durchsetzen wird. Zum heutigen Stand ist die Entwicklung der auf Ionenfal-

len basierenden Quantencomputer am fortgeschrittensten.

Das Institut für Experimentalphysik in Innsbruck hat sich unter anderem auf die Spektroskopie von gefangenen Ionen spezialisiert und hat den von [Cirac und Zoller](#) vorgeschlagenen Quantencomputer sehr weit vorangetrieben. Dies wurde beispielsweise mit der experimentellen Realisierung einer nicht vereinfachten Version des Shor-Algorithmus [47] demonstriert.

Ein jedoch immer wieder auftretendes Problem bei der Realisierung des Quantencomputers ist die Skalierbarkeit. Die Quantenbits werden von einzelnen in der Paulfalle gefangenen Ionen repräsentiert und kommunizieren über gemeinsame Bewegungsmoden, den Quanten-Bus. Werden jedoch immer mehr Ionen in einer Falle gefangen so steigt die Anzahl der vorhandenen Bewegungsmoden. Daher wird es immer schwieriger einzelnen Moden zu adressieren.

Eine mögliche Lösung zum Problem der Skalierbarkeit wurde 2008 von [Müller et al.](#) vorgeschlagen [48]. In diesem Vorschlag wird die Rydbergwechselwirkung anstatt der Bewegungsmoden zur Kommunikation zwischen Ionen genutzt.

Seit 2012 wird von der Gruppe um Markus Hennrich ein Experiment aufgebaut, das es zum Ziel hat das vorgeschlagene Schema experimentell zu realisieren. Dabei sollen sowohl fundamentale Eigenschaften von Rydbergionen, als auch die Rydbergblockade als mögliches Qubitgatter erforscht werden. Diese Masterarbeit beschäftigt sich mit dem Aufbau des Qubit-Lasersystems für das Experiment, mit dem der Quantenzustand der Ionen kontrolliert verändert werden kann.

Die Arbeit ist folgendermaßen gegliedert: In Kapitel 2 wird auf die Eignung des Elements Strontium (Sr) für das Experiment und auf die theoretischen Grundlagen der Paulfalle sowie der optischen Resonatoren zur Laserstabilisierung eingegangen. Außerdem wird die Wechselwirkung von Licht und gefangenen Ionen beschrieben.

In Kapitel 3 folgt eine Beschreibung des experimentellen Aufbaus. Es wird speziell auf den Aufbau des Qubitlasersystems eingegangen, dessen einzelne Teile genau beschrieben werden. Des Weiteren werden der Hoch-Finesse-Resonator sowie die Frequenz- und Intensitätsstabilität des gelockten Qubitlasers charakterisiert.

Kapitel 4 zeigt erste grundlegende quantenphysikalische Experimente, die mithilfe des frequenzstabilisierten Qubitlasers realisiert werden konnten. Im einzelnen sind darin unter anderem erste Spektren des Qubitüberganges (Kapitel 4.2.1), Rabi-Oszillation (Kapitel 4.3), optisches Pumpen (Kapitel 4.4) und die erste Anregung in einen Rydbergzustand (Kapitel 4.5) gezeigt.

Kapitel 5 gibt eine Zusammenfassung der Ergebnisse und bietet einen Ausblick auf absehbare Ergebnisse des Experiments.

Kapitel 2

Theorie

2.1 Gefangene Strontium-Rydbergionen

Das Institut für Experimentalphysik der Universität Innsbruck ist unter anderem spezialisiert auf Experimente mit gefangenen Ionen. Was den in dieser Arbeit beschriebenen Versuchsaufbau von den anderen Experimenten mit gefangenen Ionen am Institut unterscheidet, ist die Möglichkeit, einzelne oder mehrere der gefangenen Ionen in einen Rydbergzustand zu bringen. Soweit uns bekannt, gibt es neben unserem Experiment bisher nur ein weiteres, das sich mit gefangenen Rydbergionen beschäftigt [16]. Diese gefangenen Rydbergionen sollen es nicht nur ermöglichen, neue Wechselwirkungen zwischen einzelnen Ionen für quantenlogische Gatteroperationen zu nutzen [48, 62, 41], sondern auch fundamentale Eigenschaften von gefangenen Rydbergionen besser kennenzulernen.

Das Rydberg-Experiment in Mainz verwendet Kalzium (Ca). In dem hier beschriebenen Experiment werden Strontiumionen verwendet. Im Folgenden soll erläutert werden wieso beim hier beschriebenen Experiment die Wahl auf Sr gefallen ist.

2.1.1 Warum Strontium?

Ziel des Experiments ist es, die Wechselwirkung von Rydbergionen zu nutzen, um schnelle, von der Bewegung der Ionen unabhängige Gatteroperationen durchzuführen. Dazu müssen Ionen in einen Rydbergzustand angeregt werden, was eine relativ hohe Anregungsenergie von etwa 10 eV erfordert [37]. Dies entspricht für Strontium einem einzelnen Photon mit einer Wellenlänge von etwa 124 nm. Allerdings wird Licht mit einer Wellenlänge von unter 200 nm in Luft absorbiert und gestreut. Man spricht bei Licht mit solch kurzen Wellenlängen von Vakuum-Ultraviolett (VUV)-Strahlung. Um also nicht den gesamten Versuchsaufbau ab dem UV-Laser im Vakuum aufbauen zu müssen, wird zur Anregung in den Rydbergzustand ein Zweiphotonprozess verwendet, wie in [Abschnitt 2.1.2](#) beschrieben wird. Damit die Anregungswellenlänge auch mit dem Zweiphotonprozess oberhalb des VUV-Bereichs bleiben, darf die Übergangsenergie maximal circa 12,5 eV betragen, was einer Wellenlänge von 100 nm und einer Wellenzahl von etwa 100000 cm^{-1} entspricht.

In [Tabelle 2.1](#) sind die am häufigsten verwendeten Elemente für Ionenfallenexperimente, sowie die Ionisationsenergien vom ionischen Grundzustand aus, aufgelistet. Daraus ergibt sich, dass lediglich vier der betrachteten Elemente das Kriterium erfüllen, eine Anregungswellen-

Tabelle 2.1: Elemente, die typischerweise in Ionenfallen verwendet werden. Gelistet sind die Energiedifferenzen vom ionischen Grundzustand zum Ionisationslimit und die Wellenlängen der entsprechenden Photonen. Außerdem ist, falls vorhanden, die Energiedifferenz zwischen dem metastabilen D-Zustand und dem Ionisationslimit angegeben.

Element	Ionisationswellenzahl Grundzustand	Wellenlänge Einphoton -anregung	Ionisationswellenzahl D-Zustand	Wellenlänge D-Zustand
Ba ⁺	80686 cm ⁻¹	123,9 nm	75012 cm ⁻¹	133,3 nm
Sr ⁺	88964 cm ⁻¹	112,4 nm	74128 cm ⁻¹	134,9 nm
Ca ⁺	95752 cm ⁻¹	104,4 nm	82042 cm ⁻¹	121,9 nm (Lyman α=121,6 nm)
Mg ⁺	121267 cm ⁻¹	82,5 nm	?	?
Be ⁺	146882 cm ⁻¹	68,1 nm	?	?
Yb ⁺	98207 cm ⁻¹	101,8 nm	?	?
Cd ⁺	136374 cm ⁻¹	73,3 nm	?	?
Hg ⁺	151284 cm ⁻¹	66,1 nm	?	?
Al ⁺	151862 cm ⁻¹	65,8 nm	?	?

zahl < 100000 cm⁻¹ zu haben. Diese vier sind gute Kandidaten zur Realisation von gefangenen Rydbergionen mittels einer Zweiphotonanregung. Da bereits Erfahrungen mit den Elementen Barium (Ba)-, Kalzium- und Strontiumionen gesammelt wurden, wurde der Fokus auf diese drei Elemente gelegt. Eine genauere Betrachtung der Übergänge in den ausgewählten Elementen ist in [Tabelle 2.2](#) zusammengefasst.

Tabelle 2.2: Mögliche Zweiphoton-Übergänge zur Rydberganregung in Ca⁺, Sr⁺, Ba⁺

Element	Übergänge	Wellenlängen
Ca ⁺	3D _{5/2} → 5P _{3/2}	213,2 nm
	5P _{3/2} → cont.	284,6 nm
Sr ⁺	4D _{5/2} → 6P _{3/2}	242,6 nm
	6P _{3/2} → cont.	303,9 nm
	4D _{5/2} → 4F _{5/2}	216,6 nm
	4F _{5/2} → cont.	357,5 nm
Ba ⁺	5D _{5/2} → 4F _{7/2}	233,5 nm
	4F _{7/2} → cont.	310,5 nm
	5D _{5/2} → 7P _{3/2}	225,5 nm
	7P _{3/2} → cont.	326 nm

Letztendlich fiel die Wahl auf Sr, da bei Ba der Laser für den Quadrupolübergang (1762 nm [59]) schwer zu beschaffen ist und Prof. Ferdinand Schmidt-Kaler an der Universität Mainz bereits ein Experiment [62] zu Ca-Rydbergionen aufbaut.

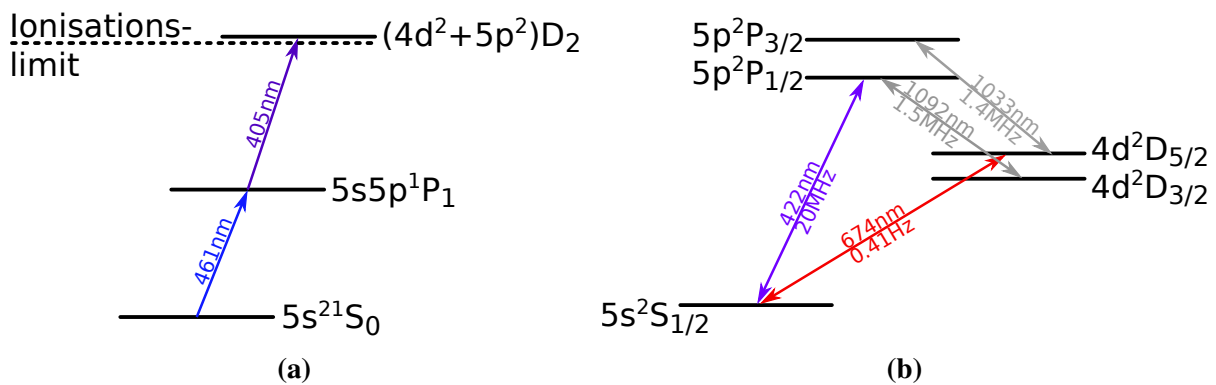


Abbildung 2.1: Relevante Energieniveaus von neutralem und einfach ionisiertem Strontium. Die Farben der sichtbaren Laser entsprechen in etwa den realen Farben der Laser. Die Werte für die Wellenlängen und Zerfallsraten sind der Arbeit von [Brownutt](#) entnommen [5]. **(a)** Zur Photoionisation von neutralem Strontium wird der autoionisierende Zustand $(4d^2 + 5p^2) D_2$ durch zwei-Photonanregung mit 461 nm und 405 nm Lasern angeregt. **(b)** Energieniveauschema des Strontium-Ions mit ausgewählten Übergängen und deren Zerfallsraten $\frac{\Gamma}{2\pi}$.

2.1.2 Energieniveauschema von Strontiumionen

Strontium ist wie viele der in Ionenfallen verwendeten Elementen ein Erdalkalimetall und hat im einfach ionisierten Zustand ein einzelnes Außenelektron und somit eine wasserstoffähnliche Elektronenstruktur. [Abb. 2.1](#) zeigt das Energieschema mit den für das Experiment relevanten Energieniveaus.

Sr hat vier natürlich vorkommende Isotope (^{84}Sr , ^{86}Sr , ^{87}Sr , ^{88}Sr), von denen nur ^{87}Sr ein Kernspin von $I = 9/2$ hat. Somit ist das Energieschema der meisten Strontiumisotope relativ einfach, da die Hyperfeinaufspaltung durch die Spin-Spin Kopplung entfällt. Die Häufigkeit der Isotope ist in [Tabelle 2.3](#) aufgelistet. Im hier vorgestellten Experiment wird das am häufigsten vorkommende Isotop ^{88}Sr verwendet.

Tabelle 2.3: Masse, Häufigkeit und Spin der verschiedenen Strontium-Isotope [51].

Isotop	Masse	Häufigkeit	Spin
^{84}Sr	83,913430 u	0,56 %	0
^{86}Sr	85,909267 u	9,86 %	0
^{87}Sr	86,908884 u	7,00 %	9/2
^{88}Sr	87,905619 u	82,58 %	0

Um Sr-Ionen in einer elektromagnetischen Falle fangen zu können, wird es mittels eines Zweiphotonprozesses ionisiert. Die verwendeten Übergänge sind in [Abb. 2.1a](#) schematisch dargestellt. Dabei werden zwei Elektronen in den autoionisierenden Zustand $(4d^2 + 5p^2) D_2$ angeregt. Die Gesamtenergie dieses Zustands liegt oberhalb des Ionisationslimits. Von dort aus fällt eines der Elektronen zurück in den Grundzustand und das andere geht in einen der ungebundenen Kontinuumszustände oberhalb des Ionisationslimits über.

Nachdem das Atom ionisiert ist, hat es nur noch ein verbleibendes Valenzelektron und die

selbe Elektronenkonfiguration wie Rubidium bzw. Krypton (Kr) mit einem zusätzlichen Valenzelektron ($\underbrace{1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6}_{[\text{Kr}]} 5s^1 S_{1/2}$) [51].

Ein vereinfachtes Energieniveauschema der Feinstruktur von $^{88}\text{Sr}^+$ ist in Abb. 2.1b dargestellt. Es besteht aus einem Grundzustand $5S_{1/2}$, den angeregten Zuständen $5P_{1/2}$ und $5P_{3/2}$ und den metastabilen Zuständen $4D_{3/2}$ und $4D_{5/2}$. Einfachheit halber wird im Folgenden auch von den Zuständen $S_{1/2}$, $P_{1/2}$, $P_{3/2}$, $D_{3/2}$ und $D_{5/2}$ gesprochen, welche sich dann immer auf die oben genannten Zustände beziehen. Die $6P_{1/2}$ und $6P_{3/2}$, welche für die Anregung in den Rydbergzustand verwendet werden (siehe Abschnitt 4.5), werden ausgeschrieben. Die genauen Übergangsfrequenzen zwischen den Zuständen sowie die Lebensdauern der Zustände sind in [5] nachzulesen.

Die Lebensdauer τ eines Zustands hängt von allen möglichen Zerfallskanälen i über $\tau = \frac{1}{\sum_i \Gamma_i}$ ab. In Abb. 2.1 sind Zerfallsraten Γ in Einheiten von 2π für einige Übergänge eingezeichnet.

Der in Abb. 2.1b lila markierte Dipolübergang $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$ kann mit einem 422 nm Diodenlaser getrieben werden. Der angeregte $P_{1/2}$ Zustand hat eine Zerfallsrate von $\Gamma = \frac{1}{\tau} \approx 2\pi \times 22 \text{ MHz}$. Außerdem ist der Übergang nahezu zyklisch, das heißt der angeregte Zustand $P_{1/2}$ zerfällt mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 93 % zurück in den Grundzustand $S_{1/2}$ [5]. Ansonsten zerfällt er in den $D_{3/2}$ Zustand. Deshalb wird mithilfe des 1092 nm ‘‘Rückpump-Lasers’’ die Population von $D_{3/2}$ wieder zurück in den $P_{1/2}$ Zustand gepumpt und somit die Lebensdauer der metastabilen $D_{3/2}$ Zustandes künstlich verkürzt. Dadurch kann der 422 nm Übergang effizient zum Dopplerkühlen des Ions verwendet werden.

Des Weiteren wird der 422 nm Übergang zur Zustandsdetektion genutzt, wie im Folgenden beschrieben:

- Wenn sich das Ion im Grundzustand $S_{1/2}$ befindet, kann der 422 nm Übergang nach $P_{1/2}$ getrieben werden und das Ion streut mehrere Millionen Photonen pro Sekunde. Während einer typischen Messzeit von 1 ms werden etwa 10000 Photonen gestreut, welche dann von einem Photoelektronenvervielfacher (engl. photomultiplier tube (PMT)) und/oder einer CCD Kamera (engl. Charge-coupled device (CCD)) detektiert werden können.
- Wenn sich das Ion im $D_{5/2}$ Zustand befindet, sind alle erreichbaren Übergänge zu 422 nm weit verstimmt. Es kann kein Übergang getrieben werden und somit können keine Photonen gestreut werden.

Dadurch kann der Zustand des Ions durch eine einfache Fluoreszenzmessung zuverlässig ausgelesen werden.

Mithilfe eines 674 nm Lasers, welcher im Folgenden als *Qubitlaser* bezeichnet wird, kann der Quadrupolübergang $S_{1/2} \leftrightarrow D_{5/2}$ getrieben werden. Der metastabile Zustand $D_{5/2}$ dient zusammen mit dem Grundzustand $S_{1/2}$ als logisches Quantenbit. Wegen der langen Lebensdauer des metastabilen Zustands $D_{5/2}$ wird ein *Lösch-Laser* bei 1033 nm zur schnelleren Reinitialisierung des Qubits in $S_{1/2}$ verwendet.

Weiterhin ist zu beachten, dass ohne externes Magnetfeld die bisher beschriebenen Zustände mehrfach entsprechend ihrer Magnetquantenzahl m_j entartet sind. Ohne Magnetfeld kann die Quantisierungsachse durch die Richtung des elektrischen Feldes definiert werden. Für linear polarisiertes Licht, können nur π -Übergänge, also Übergänge mit $m_{j\text{Endzustand}} - m_{j\text{Anfangszustand}} = :$

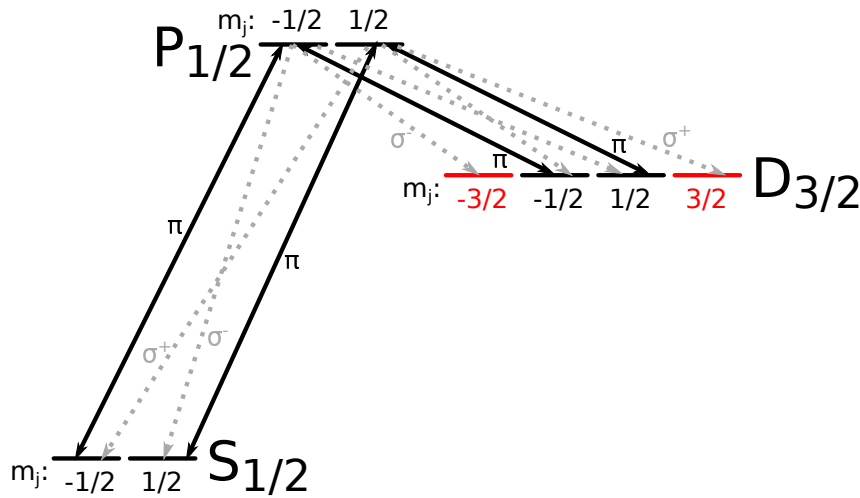


Abbildung 2.2: Levelschema einiger Energieniveaus ohne Magnetfeld. Die gestrichelten Übergänge können nur durch spontanen Zerfall statt finden. Mit π -polarisiertem Licht können nur die durchgezogenen Übergänge getrieben werden. Dadurch kann das Ion in einem Zustand “gefangen” werden, aus dem es nicht mehr herausgepumpt werden kann. Diese dunklen Zustände mit $m_j = \pm 3/2$ sind im Diagramm rot eingezeichnet.

$\Delta m_j = 0$ getrieben werden [63]. Dies führt relativ schnell dazu, dass das Ion spontan in “dunkle” Zustände zerfällt, aus denen es aufgrund der Auswahlregeln nicht mehr herausgebracht werden kann. Dies ist in Abb. 2.2 veranschaulicht. Dadurch kann der $S_{1/2} \leftrightarrow P_{1/2}$ Übergang nicht mehr getrieben und das Ion nicht mehr lasergekühlt werden. Um dieses sogenannte optische Pumpens zu verhindern, wird meist ein externes Magnetfeld angelegt, um durch den Zeemaneffekt (Details im folgenden Abschnitt 2.1.2) die Entartung aufzulösen.

Der Zeemaneffekt

Wie bereits erwähnt, wird, zur Vermeidung des optischen Pumpens, ein externes Magnetfeld am Ort der Falle erzeugt. Durch das Magnetfeld wird die Quantisierungsachse festgelegt. Dies ermöglicht es, bei passender Wahl von Magnetfeldrichtung, Laserstrahlrichtung und Polarisation gleichzeitig π - als auch σ^+ - und σ^- -Übergänge zu treiben. Somit können alle Übergänge getrieben werden; kein Zustand wird dunkel und die Dopplerkühlung ([27]) wird aufrecht erhalten.

Außerdem bewirkt dieses Magnetfeld eine Aufspaltung der Feinstruktur-niveaus in $(2j + 1)$ Zustände mit Energiedifferenz entsprechend der Zeeman-Energie. Da die Feinstrukturaufspaltung jedoch deutlich größer ist als die Magnetfeldkopplung, gilt die Näherung für schwache Magnetfelder. Somit lässt sich das Energieschema mit dem Zeemaneffekt beschreiben. Die Aufspaltungsenergie wird mit

$$\Delta E = g_j \mu_B B \quad (2.1)$$

berechnet, wobei B dem Betrag der magnetischen Induktion und $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ dem Bohrschen Magneton entsprechen. Der gyromagnetische Faktor g_j lässt sich durch die Landé-Formel

$$g_j = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}$$

berechnen. j , l und s sind wie üblich die Quantenzahlen für Gesamtdrehimpuls, Bahndrehimpuls und den Spin [26].

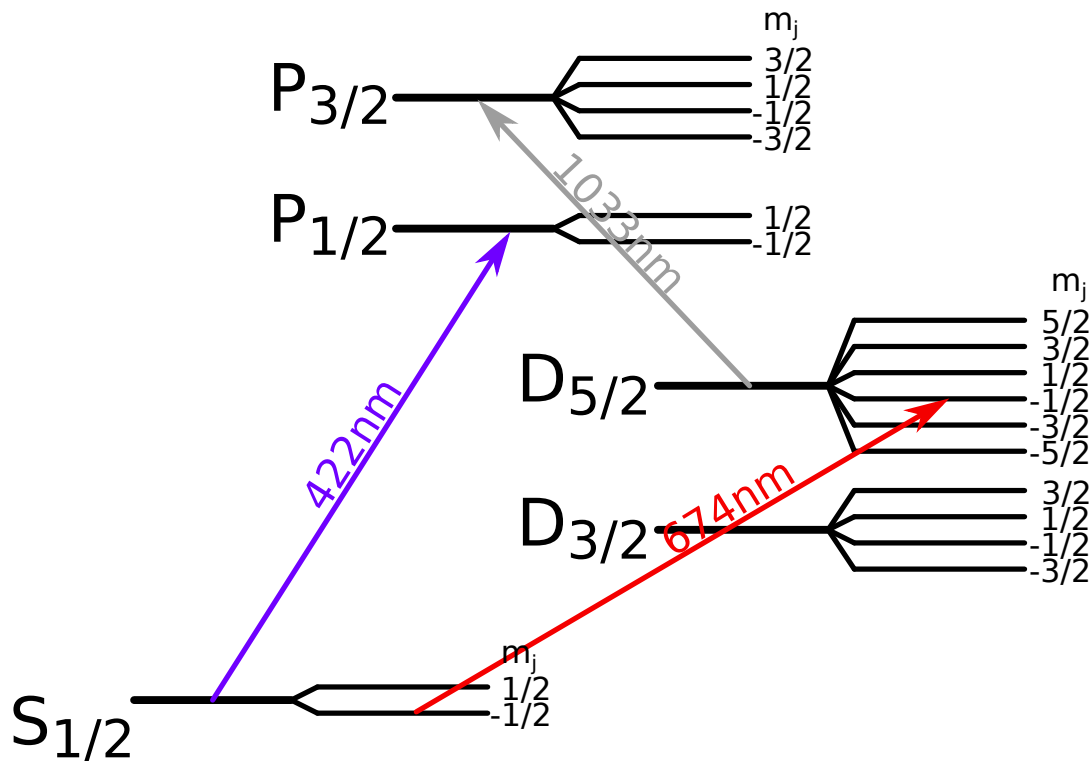


Abbildung 2.3: Energieniveauschema von Strontium mit externem Magnetfeld. Durch den Zeemanefekt wird die Entartung aufgehoben.

Je nach geometrischem Aufbau können Quadrupolübergänge mit unterschiedlichem Δm_j angeregt werden. Die Übergänge zwischen einzelnen Zeemanniiveaus können mit einem schmalbandigen Laser gezielt getrieben werden. Abb. 2.3 zeigt ein Schema der Energieniveaus.

Welche der Qubitübergänge getrieben werden können, hängt von der Laserstrahlrichtung \vec{k} , der Polarisation des Lichts \vec{e} und der Magnetfeldrichtung \vec{B} entsprechen [60, 30] ab. Abhängig vom

- Winkel $\phi = \angle(\vec{k}, \vec{B})$ zwischen der Ausbreitungsrichtung des Lichts und der Magnetfeldrichtung und
- Winkel $\gamma = \angle(\vec{e}, E(\vec{k}, \vec{B}))$ zwischen der Polarisation des Lichts und der Ebene E , aufgespannt von \vec{B} und \vec{k}

kann die Kopplungsstärke zwischen zwei Niveaus Ω angegeben werden [60]. Es sind drei geometrische Konfigurationen hervorzuheben:

$\phi(\vec{k}, \vec{B}) = 90^\circ, \gamma(\vec{e}, E(\vec{k}, \vec{B})) = 90^\circ$: Wenn alle drei Vektoren senkrecht aufeinander sind, können nur Übergänge mit $\Delta m_j = \pm 2$ getrieben werden.

$\phi(\vec{k}, \vec{B}) = 0^\circ, \gamma(\vec{e}, E(\vec{k}, \vec{B})) = 90^\circ$: Es werden nur Übergänge mit $\Delta m_j = \pm 1$ getrieben. Es können also nur noch vier der insgesamt 10 Übergänge getrieben werden. Somit vereinfacht sich das Spektrum erheblich.

$\phi(\vec{k}, \vec{B}) = 45^\circ, \gamma(\vec{e}, E(\vec{k}, \vec{B})) = 0^\circ$: In dieser Konfiguration können Übergänge mit $\Delta m_j = \pm 1$ nicht getrieben werden. Es werden überwiegend nur Übergänge mit $\Delta m_j = 0$ angeregt.

Die in [Kapitel 4](#) besprochenen Spektren wurden in der Strahlenkonfiguration $\phi(\vec{k}, \vec{B}) = 0^\circ, \gamma(\vec{e}, E(\vec{k}, \vec{B})) = 90^\circ$ gemessen, um ein einfacheres Verständnis des aufgenommenen Spektrums zu gewährleisten und nicht allzu viele Spektrallinien identifizieren zu müssen. Bei der Messung der Spektren zur Linienbreite in [Abschnitt 3.3.5](#) war die Konfiguration der Laserstrahlen auf $\phi(\vec{k}, \vec{B}) = 45^\circ, \gamma(\vec{e}, E(\vec{k}, \vec{B})) = 0^\circ$ eingestellt.

2.1.3 Gefangenes Ion in einer Paulfalle

Hochauflösende Spektroskopie an Ionen erfordert es diese für eine gewisse Zeit zu speichern. Dies kann mithilfe von verschiedenen Fallen realisiert werden, die auf der Coulomb-Wechselwirkung von elektrischen Feldern und geladenen Teilchen basieren. Die in dieser Arbeit verwendete Falle ist eine Quadrupolfalle. Diese wurden von [Paul](#) entwickelt und werden daher als Paulfallen bezeichnet [[53](#)]. Häufig werden diese zur Massenspektrometrie verwendet, da der Einschluss vom Verhältnis zwischen Ladung und Masse abhängt.

Im folgenden soll analog zu Lehrbuch von [Foot](#) und den Arbeiten von [Chwalla](#) und [Pokorny](#), auf die Grundlagen der linearen Paulfalle eingegangen werden und die Bewegung eines einzelnen Ions darin analysiert werden [[20](#), [8](#), [55](#)]. In der Arbeit von [Brownutt](#) ist eine Diskussion verschiedener Fallengeometrien zu finden [[5](#)]. Das Modell für ein einzelnes Ion lässt sich auf einen Ionenkristall erweitern wie beispielsweise in der Doktorarbeit von [Roos](#) beschrieben [[60](#)].

Eine naive Idee ein geladenes Teilchen zu fangen ist es, dieses in einem dreidimensionalen Potentialtopf $\varphi = ax^2 + by^2 + cz^2$ einzusperren. Jedoch wird dies durch das Earnshaw Theorem [[20](#)] verboten. Dieses besagt, dass ein geladenes Teilchen nicht mit statischen elektrischen Feldern im dreidimensionalen Raum gefangen werden kann. Das Earnshaw Theorem folgt direkt aus den Maxwellgleichungen:

$$\nabla \cdot \vec{E} = -\nabla^2 \varphi = 0 \Rightarrow a + b + c = 0 \quad (2.2)$$

Es muss also mindestens einer der drei Koeffizienten a, b oder c abstoßend sein. Bei einer Paulfalle oszilliert das elektrische Feld in einer Raumrichtung. Deshalb ist das Potential periodisch abstoßend und dann wieder anziehend/einschließend. So kann das Earnshaw Theorem erfüllt werden und das Ion kann dank seiner Massenträgheit trotzdem gefangen werden.

[Abb. 2.4](#) zeigt eine Skizze einer Paulfalle. Sie besteht aus vier zur z -Achse parallelen Stabelektroden die auf einem Quadrat in der xy -Ebene liegen, wie in [Abb. 2.4a](#) zu sehen. Die Falle ist also achsensymmetrisch mit der z -Achse als Symmetrieachse. Die z -Achse wird deshalb auch Fallenachse genannt. Üblicherweise wird eines der beiden Zylinderpaare geerdet und am anderen wird eine Wechselspannung angelegt, um zwischen den beiden Paaren eine Spannung von $U = U_{\text{rf}} \cos(\Omega_{\text{rf}} t)$ zu erhalten. Diese vier Stabelektroden sorgen für den radialen (senkrecht zur Fallenachse) Einschluss der Ionen. Für den axialen Einschluss (longitudinal zur Fallenachse) sorgen an den Enden der Falle zwei weitere Elektroden am Ende der Zylinder, welche "End-Caps" genannt werden (siehe [Abb. 2.4b](#)). An diesen wird eine Spannung U_{cap} angelegt, welche die Ionen abstößt und ins Innere der Falle drückt.

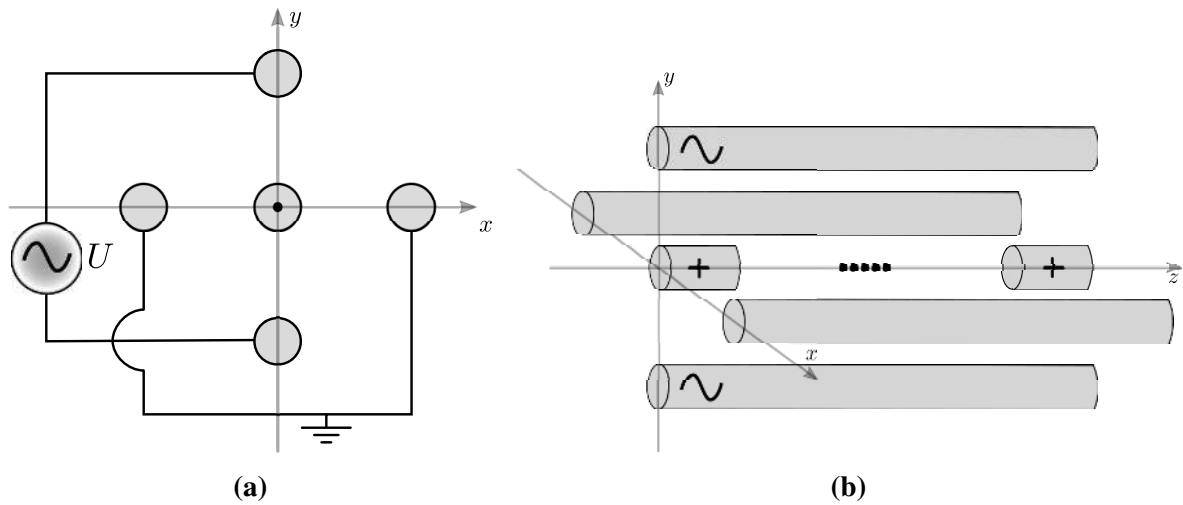


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung der Paulfalle. **(a)** Paulfalle in Draufsicht (xy -Ebene). In der Mitte der Falle liegt die Fallenachse. Auf dieser sind die gefangenen Ionen in dunkelgrau eingezeichnet. Um die Ionen herum sieht man in der Draufsicht die Abschlusselektroden (engl. *End-Cap electrodes*) die hellgrau eingezeichnet sind. **(b)** Seitenansicht der Paulfalle. Am vorderen und hinteren Ende der Falle sind die Abschlusselektroden eingezeichnet.

Das Potential Φ der vier Radio-Frequenz (RF)-Stabelektroden in x,y -Ebene bei $z = 0$, also in der Mitte der Falle, kann durch

$$\Phi(x, y, t) = \frac{U_{\text{rf}}}{2R^2} \cos(\Omega_{\text{rf}}t)(x^2 - y^2) \quad (2.3)$$

beschrieben werden [20]. Dabei ist U_{rf} die Amplitude der angelegten Spannung, Ω_{rf} die Frequenz der angelegten Wechselspannung und R der Abstand von einer der vier Elektroden zur Fallenachse ($x = y = 0$).

Die Bewegungsgleichung in x -Richtung für ein Ion mit Masse m in der Mitte der linearen Paulfalle lautet also

$$F = m \frac{d^2x}{dt^2} = eE = -e \frac{d\Phi}{dx} \quad (2.4)$$

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{eU_{\text{rf}}}{R^2} \cos(\Omega_{\text{rf}}t)x. \quad (2.5)$$

Substituiert man darin $\tau = \frac{\Omega_{\text{rf}}t}{2}$ folgt

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} = -\frac{4eU_{\text{rf}}}{\Omega_{\text{rf}}^2 m R^2} \cos(2\tau)x. \quad (2.6)$$

Dies ist eine spezielle Form der Mathieu-Differentialgleichung

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + (a_x - 2q_x \cos(2\tau))x = 0 \quad (2.7)$$

wobei $a_x = 0$ und

$$q_x = \frac{2eU_{\text{rf}}}{\Omega_{\text{rf}}^2 m R^2}. \quad (2.8)$$

Genauso kann für die y -Richtung verfahren werden. In der Differentialgleichung (2.7) ändert sich lediglich das Vorzeichen des q Faktors.

$$q_y = -q_x = -\frac{2eU_{\text{rf}}}{\Omega_{\text{rf}}^2 m R^2} \quad (2.9)$$

Bisher wurde nur die Bewegung in der xy -Ebene betrachtet und die Gleichspannung der Abschlusselectroden wurde vernachlässigt. Diese ist jedoch nötig, um den Einschluss in axialer Richtung zu gewährleisten. Daher kann der Parameter a_x nicht mehr null sein und es ergeben sich für die drei Raumrichtungen folgende Bewegungsgleichungen [55]:

$$0 = \frac{d^2 x}{d\tau^2} + (a - 2q_x \cos(2\tau))x \quad (2.10)$$

$$0 = \frac{d^2 y}{d\tau^2} + (a - 2q_y \cos(2\tau))y \quad (2.11)$$

$$0 = \frac{d^2 z}{d\tau^2} + 2az \quad (2.12)$$

Dabei sind $\tau = \frac{\Omega_{\text{rf}} t}{2}$, $a = \frac{4e\alpha U_{\text{cap}}}{m z_0^2 \Omega_{\text{rf}}^2}$ und $q_i = \pm q = \pm \frac{2eU_{\text{rf}}}{m R^2 \Omega_{\text{rf}}^2}$ (siehe Gleichung (2.8) beziehungsweise Gleichung (2.9)). z_0 ist der Abstand von der Abschlusselectrode zum Fallenzentrum und α eine Geometrie konstante. Die dimensionslosen Parameter a und q werden Stabilitätsparameter genannt und legen fest, bei welchen Spannungen U_{rf} , U_{cap} und Frequenzen Ω_{rf} Ionen der Masse m und Ladung e in der Falle gefangen werden können. Häufig werden Stabilitätsdiagramme wie in Abb. 2.5 gezeigt, die den stabilen Bereich einer Falle markieren. Im hier beschriebenen Experiment ist der Stabilitätsparameter a vernachlässigbar klein und für den q -Parameter wird ein Wert im Bereich von 0,3 verwendet.

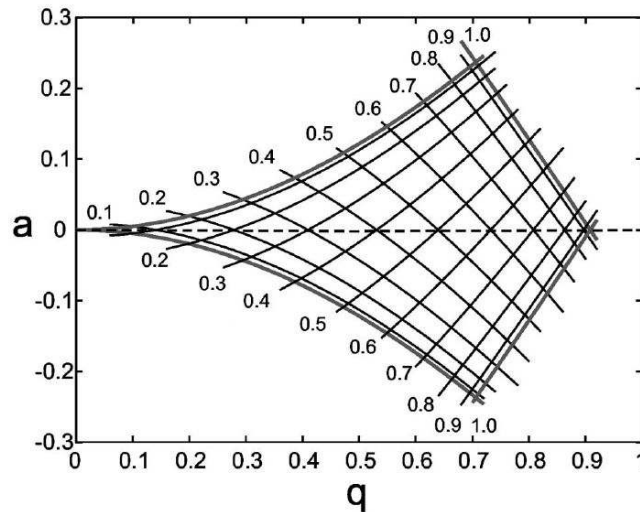


Abbildung 2.5: Stabilitätsdiagramm einer linearen Paulfalle [38].

Für kleine a und q ($q, a \ll 1$) lässt sich eine Lösung der Differentialgleichungen (2.12) angeben [60].

$$r_i(t) = r_i^0 \cos(\omega_i t + \phi_i) \left(1 + \frac{q_i}{2} \cos(\Omega_{\text{rf}} t) \right) \quad (2.13)$$

Dabei ist r_i^0 die Anfangsposition und ω_i sind die sogenannten Säkularfrequenzen, in x - beziehungsweise y -Richtung, die durch

$$\omega_i = \frac{\Omega_{\text{rf}}}{2} \sqrt{a_i + \frac{q_i^2}{2}} \quad (2.14)$$

gegeben sind. Die Bewegung des Ions ist in dieser Näherung eine langsam oszillierende Bewegung um das Fallenzentrum herum mit der Frequenz ω_i . Diese Bewegung wird **Säkularbewegung** genannt. Dieser Bewegung überlagert ist eine schnellere Oszillation mit Frequenz Ω_{rf} und kleinerer Amplitude, die **Mikrobewegung** genannt wird. Die Störungen sind in **Abb. 2.6** dargestellt.

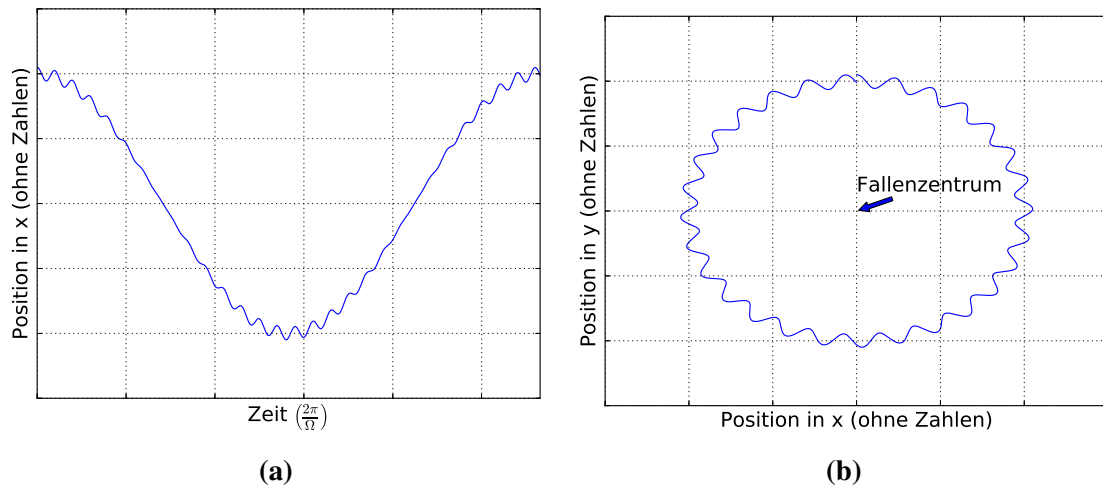


Abbildung 2.6: Trajektorie des Ions in der Paulfalle. **(a)** Bewegung des Ions in der Paulfalle. Die Amplitude der Mikrobewegung ist proportional zum Abstand des Ions zum Fallenzentrum. **(b)** Bewegung des Ions in der Draufsicht für $a_i = 0$. Das Ion oszilliert mit seiner Säkularbewegung um das Fallenzentrum herum.

Die Mikrobewegung nimmt zu, je größer der Abstand zum Fallenzentrum ist. Elektrische Störfelder können dazu führen, dass die Bewegung der Ionen vom Fallenzentrum weg verschoben wird. Deshalb werden zusätzliche Elektroden installiert, um diese Störfelder kompensieren zu können und dadurch die Mikrobewegung zu minimieren.

Die axiale Bewegung (Bewegung in z -Richtung) wird durch das Potential der Abschluss Elektroden bestimmt. Die dazugehörige Differenzialgleichung (2.12) führt auf die Beziehung

$$\alpha e U_{\text{cap}} = \frac{1}{2} m \omega_z^2 z_0^2 \quad (2.15)$$

mit

$$\omega_z = \sqrt{\frac{2\alpha e U_{\text{cap}}}{m z_0^2}} \quad (2.16)$$

In der Säkularnäherung [60] wird die Mikrobewegung des Ions vernachlässigt. Die Falle kann dann in allen drei Raumrichtungen durch ein Pseudopotential Ψ beschrieben werden mit

$$e\Psi = \sum_{i \in \{x, y, z\}} \frac{1}{2} m \omega_i^2 r_i^2. \quad (2.17)$$

Dies ist das Potential eines harmonischen Oszillators. Das System kann also näherungsweise als harmonischer Oszillator in allen drei Raumrichtungen betrachtet werden.

Einer der Vorteile der Paulfalle gegenüber Fallen für neutrale Atome ist die große Fallentiefe D_i

$$D_i = \frac{1}{2}m\omega_i^2 R_i^2 \quad (2.18)$$

die es ermöglicht, Ionen aus einem heißen Ionenstrahl heraus zu fangen. Bei der hier verwendeten Falle beträgt die Fallentiefe für Strontium in axialer Richtung etwa 67,1 eV ($z_0 = 2,25$ mm, $\omega_z = 860$ kHz).

Nachdem die Ionen gefangen worden sind, kann deren kinetische Energie durch Laserkühlung reduziert werden. Erreicht die Energie der Ionen die Größenordnung von $\hbar\omega$, muss deren Bewegung in der Falle quantisiert werden. Dazu werden wie üblich für einen harmonischen Oszillator die Leiteroperatoren

$$a_i = \sqrt{\frac{m\omega_i}{2\hbar}}r_i + \frac{i}{\sqrt{2m\hbar\omega_i}}p_i \quad (2.19)$$

und

$$a_i^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega_i}{2\hbar}}r_i - \frac{i}{\sqrt{2m\hbar\omega_i}}p_i \quad (2.20)$$

definiert. Der Hamiltonoperator des harmonischen Potentials

$$H = \sum_{i \in \{x,y,z\}} \frac{p_i^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega_i^2 r_i^2 \quad (2.21)$$

lässt sich dann, wie beim harmonischen Potential üblich, mit Erzeugungs- und Vernichtungsoperator umschreiben in

$$H = \sum_{i \in \{x,y,z\}} \hbar\omega_i \left(a_i^\dagger a_i + \frac{1}{2} \right). \quad (2.22)$$

Das Potential der Paul-Falle lässt sich also näherungsweise als ein harmonisches Potential beschreiben. Das Ion darin verhält sich wie ein dreidimensionaler harmonischer Oszillator [60]. Dies wird im nächsten Kapitel verwendet, um die Wechselwirkung von Licht und gefangenem Ion zu beschreiben.

2.1.4 Wechselwirkung von Licht und Ionen

In diesem Kapitel soll das System aus gefangenem Ion und externem Laserfeld betrachtet werden. Dieses System bietet höchste Kontrolle auf dem quantenmechanischen Niveau. So ist es beispielsweise möglich, durch Laserkühlen den Grundzustand der Bewegung zu erreichen, oder gezielt Verschränkungen zwischen verschiedenen Quantenzuständen zu erzeugen. Der Aufbau bildete auch die Basis für den 1995 von [Cirac und Zoller](#) auf gefangenen Ionen basierende Quantencomputer [9]. Dieses Kapitel soll auf Grundlage der Arbeiten von [Röck](#) und [Roos](#) die Wechselwirkung von Licht und Ionen beleuchten [59, 60].

Quantenzustände des gefangenen Ions

Das Ion ist im, näherungsweise harmonischen, Potential der Paulfalle gefangen. Es soll hier als Zweiniveausystem betrachtet werden, mit dem elektronischen Grundzustand $|g\rangle$ und dem angeregten Zustand $|e\rangle$. Die Hamiltonfunktion setzt sich aus folgenden drei einzelnen Hamiltonfunktionen zusammen:

- der Hamiltonfunktion für die **elektronischen Zustände** \hat{H}_e des Ions

$$\hat{H}_e = \frac{1}{2} \hbar \omega_a \hat{\sigma}_z, \quad (2.23)$$

wobei ω_a die Laserfrequenz ist, die benötigt wird, um den elektronischen Übergang $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ resonant zu treiben, also $\omega_a = \frac{E_e - E_g}{\hbar}$. $\hat{\sigma}_z$ ist eine der Pauli-Spinmatrizen [19].

- der Hamiltonfunktion des **harmonischen Oszillators** \hat{H}_m (siehe Gleichung (2.22))

$$\hat{H}_m = \hbar \omega \left(\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i + \frac{1}{2} \right) \quad (2.24)$$

mit der Säkularfrequenz des Ions in der Falle ω , die in Abschnitt 2.1.3 eingeführt wurde.

- der Hamiltonfunktion für die **Wechselwirkung** zwischen Laser und Ion \hat{H}_{ww}

$$\hat{H}_{ww} = \hbar \Omega (\hat{\sigma}^+ + \hat{\sigma}^-) (e^{i(\omega_l t - k_l \hat{r})} + e^{-i(\omega_l t - k_l \hat{r})}). \quad (2.25)$$

ω_l und k_l sind die Frequenz und Wellenzahl des Laserlichts. $\hat{\sigma}^+$ und $\hat{\sigma}^-$ sind wieder Pauli-Spinmatrizen [19].

Ω ist die effektive Rabifrequenz des Übergangs. Somit kann die angegebene Hamiltonfunktion sowohl für Dipol- als auch für Quadrupolübergänge verwendet werden. Dabei muss lediglich die entsprechende Rabifrequenz Ω eingesetzt werden [59].

Der Hamiltonoperator für das gesamte System ist durch

$$\hat{H} = \hat{H}_m + \hat{H}_e + \hat{H}_{ww} \quad (2.26)$$

gegeben. Im harmonischen Oszillator lässt sich der Ortsoperator mit den Leiteroperatoren \hat{a}^\dagger und \hat{a} (Gleichungen (2.19) und (2.20)) ausdrücken

$$\hat{r}_i = \underbrace{\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}}_{:=x_0} (\hat{a}_i^\dagger + \hat{a}_i), \quad (2.27)$$

x_0 ist dabei die Ausdehnung des Orts im Grundzustand $|g\rangle$.

Man definiert den Lamb-Dicke Parameters η , welcher die Ausdehnung des Grundzustandes x_0 in Relation mit der Wellenlänge des Lasers $\lambda_l = \frac{2\pi}{k_l}$ setzt, mit

$$\eta = k_l x_0 = k_l \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}. \quad (2.28)$$

Mithilfe des Lamb-Dicke Parameters lässt sich die Hamiltonfunktion der Wechselwirkung \hat{H}_{ww} umformen zu

$$\hat{H}_{ww} = \hbar\Omega (\hat{\sigma}^+ + \hat{\sigma}^-) \left(e^{i(\omega_l t - \eta(\hat{a}_i^\dagger + \hat{a}_i))} + e^{-i(\omega_l t - \eta(\hat{a}_i^\dagger + \hat{a}_i))} \right). \quad (2.29)$$

Um die Hamiltonfunktion H_{ww} weiter zu vereinfachen, wird vom Schrödingerbild ins Wechselwirkungsbild, mit der unitären Transformation $\hat{U} = e^{i(\hat{H}_e + \hat{H}_m)}$, gewechselt. Die Hamiltonfunktion im Wechselwirkungsbild $H_I = \hat{U}^\dagger H_{ww} \hat{U}$ enthält Terme, die mit $\omega_l + \omega_a$ oszillieren.

In der Drehwellennäherung werden diese schnell oszillierenden Terme vernachlässigt, und lediglich die $e^{\pm i(\omega_l - \omega_a)t} =: e^{\pm i\Delta t}$ Terme werden berücksichtigt. Damit lässt sich der Hamiltonoperator im Wechselwirkungsbild

$$H_I = \frac{\hbar\Omega}{2} \left(\sigma^+ e^{i\Delta t} e^{i\eta(\hat{a}e^{-i\omega t} + \hat{a}^\dagger e^{i\omega t})} + h.c. \right) \quad (2.30)$$

angeben. *h.c.* steht für hermitesch konjugiert. Die Rabi-Frequenz $\Omega_{n,m}$ für einen bestimmten Übergang vom Zustand $|n\rangle$ in den Zustand $|m\rangle$ lässt sich, in dieser Näherung, nach [66] durch

$$\Omega_{n,m} = \Omega \left| \langle m | e^{i\eta(\hat{a}e^{i\omega t} + \hat{a}^\dagger e^{-i\omega t})} | n \rangle \right| \quad (2.31)$$

berechnen. Wenn das Ion in einem räumlichen Bereich gefangen ist, der kleiner als die Wellenlänge λ des anregenden Lasers ist, wird der Lamb-Dicke Parameter η sehr klein. Ist die Ungleichung $\eta^2(2n+1) \ll 1$ erfüllt, dann befindet sich das Ion im sogenannten Lamb-Dicke Regime. Anschaulich bedeutet dies, dass das Atom durch Absorption eines Photons nur mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit ein Phonon gewinnt oder verliert. Dann lässt sich die Exponentialfunktion in [Gleichung \(2.30\)](#) durch die ersten beiden Glieder der Taylorreihe annähern

$$e^{i\eta(\hat{a}e^{-i\omega t} + \hat{a}^\dagger e^{i\omega t})} = 1 + i\eta (\hat{a}e^{-i\omega t} + \hat{a}^\dagger e^{i\omega t}) + \mathcal{O}(\eta^2). \quad (2.32)$$

Setzt man diese Näherung in die Hamiltonfunktion [Gleichung \(2.30\)](#) ein, erhält man unter Berücksichtigung der Drehwellennäherung für verschiedene Δ drei wesentliche Terme die die Wechselwirkung beschreiben:

- Wenn $\Delta = 0$ werden Übergänge resonant getrieben. Man spricht dann von einem **Träger-Übergang** oder **Carrier-Übergang**. Die Hamiltonfunktion für diesen Übergang ist:

$$\hat{H}_{ww\text{Carrier}} = \frac{\hbar\Omega_{n,n}}{2} (\sigma^+ + \sigma^-), \quad \text{mit} \quad \Omega_{n,n} = \Omega (1 - \eta^2 n) \quad (2.33)$$

Wobei $n = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ der Besetzungszahloperator ist. Die Wechselwirkung mit dem Laser ändert dann den Bewegungsquantenzustand nicht. Es wird der in [Abb. 2.7](#) schwarz eingezeichnete Übergang getrieben.

- Wenn der Laser rot verstimmt ist, also $\Delta = -\omega$, spricht man vom **roten Seitenband**. Der Hamiltonoperator für das rote Seitenband ist gegeben durch

$$\hat{H}_{ww\text{RSB}} = \frac{i\hbar\eta\Omega_{n,n-1}}{2} (\hat{a}\sigma^+ - \hat{a}^\dagger\sigma^-), \quad \text{mit} \quad \Omega_{n,n-1} = \eta\Omega\sqrt{n}. \quad (2.34)$$

Dabei wird beim Übergang vom elektronischen Grundzustand $|g\rangle$ in den angeregten Zustand $|e\rangle$ ein Phonon der Säkularbewegung vernichtet. Dieser Prozess ist in [Abb. 2.7](#) rot eingezeichnet.

- Hat der Laser mehr Energie als für den resonanten Übergang nötig, wird zusätzlich zur elektronischen Anregung ein Phonon erzeugt. Diesen Übergang nennt man **blaues Seitenband**. Die Hamiltonfunktion dafür lautet

$$\hat{H}_{ww_{\text{BSB}}} = \frac{i\hbar\eta\Omega_{n,n+1}}{2} (\hat{a}\sigma^+ - \hat{a}^\dagger\sigma^-), \quad \text{mit} \quad \Omega_{n,n+1} = \eta\Omega\sqrt{n+1} \quad (2.35)$$

Voraussetzung für dieses Schema ist, dass sich das Ion im Lamb-Dicke Regime befindet. Dazu muss es lasergekühlt werden, so dass das Ion einen der niederen Bewegungszustände besetzt. Mithilfe dieser Übergänge können Gatter zwischen mehreren Ionen realisiert werden. Man sagt deshalb auch, dass die Bewegung der Ionen der Quanten-Bus sei, über den Quanteninformation zwischen den Ionen ausgetauscht werden kann.

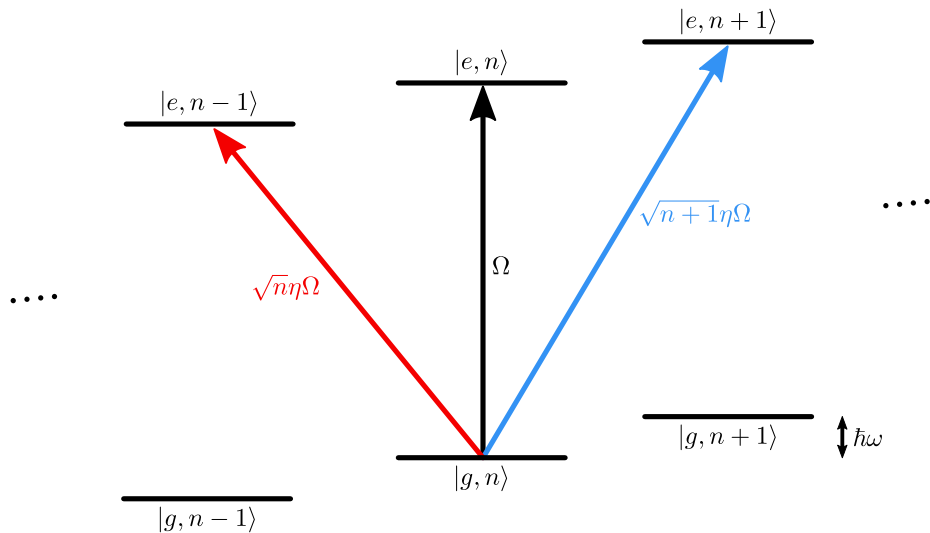


Abbildung 2.7: Leiterschema des gefangenen Ions. Carrier-Übergänge sind schwarz eingezeichnet. Die Seitenbänder sind in den jeweiligen Farben eingezeichnet. Für die jeweiligen Übergänge sind die effektiven Rabi-Frequenzen $\Omega_{n,m}$ eingetragen.

2.2 Laserstabilisierung mithilfe eines optischen Resonators

2.2.1 Optischer Resonator

Ein optischer Resonator ist ein Volumen, in dem Licht eingeschlossen werden kann. Ein sehr einfacher optischer Resonator besteht beispielsweise aus zwei planparallelen Spiegeln mit Abstand d . Solch ein Resonator wird Fabry-Pérot-Resonator genannt und ist schematisch in [Abb. 2.8a](#) dargestellt. Im Folgenden sollen wichtige Eigenschaften eines solchen Resonators in Anlehnung an [61] besprochen werden.

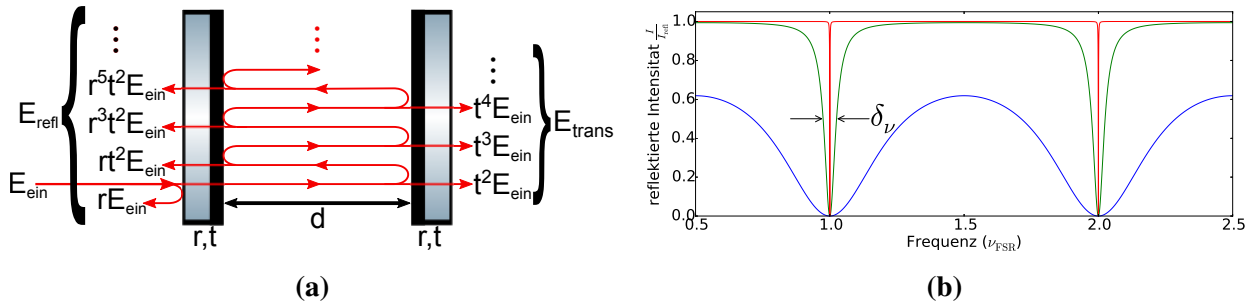


Abbildung 2.8: Abbildungen zur Erläuterung des Resonators **(a)** Schematische Darstellung des Resonators. Bei jedem Umlauf wird ein Teil des Lichts transmittiert und der Rest wird wieder in den Resonator zurück reflektiert. Das gesamte vom Resonator reflektierte Licht, setzt sich aus allen Teilstrahlen zusammen. Analog für das transmittierte Licht. **(b)** Intensität des reflektierten Lichts in Abhängigkeit der Frequenz in Einheiten des freien Spektralbereichs ν_{FSR} . Es sind Kurven für verschiedene Finessen \mathcal{F} (2, 20, 1000) dargestellt. Die volle Halbwertsbreite (engl. FWHM) der Resonanz ist eingezeichnet.

Resonanzbedingungen

Zunächst wird ein Fabry-Pérot-Resonator mit perfekt reflektierenden Spiegeln betrachtet. Das Licht wird innerhalb des Resonators hin und her reflektiert. Dadurch kommt es zu Interferenzen zwischen den unterschiedlich oft reflektierten Teilstrahlen. Damit diese unendlich vielen Teilwellen (perfekte Spiegel) nicht destruktiv interferieren, müssen sie sich nach einem Umlauf wieder selbst reproduzieren. Es muss also gelten $\lambda q = 2d$ mit der Wellenlänge λ und dem Abstand zwischen den zwei Spiegeln d und $q \in \mathbb{N}$. Es können sich also nur elektromagnetische Wellen mit bestimmten Wellenlängen λ_q bzw. Frequenzen ν_q innerhalb des Resonators ausbilden. Dies führt mit $\nu = \frac{c}{\lambda}$ auf die bekannte Beziehung $\nu_q = q \frac{c}{2d}$. Resonanzen treten also periodisch in einem Frequenzabstand von $\frac{c}{2d}$ auf. Dieser Frequenzabstand wird freier Spektralbereich

$$\nu_{\text{FSR}} = \frac{c}{2d} \quad (2.36)$$

genannt.

Nun wird der etwas allgemeinere Fall betrachtet, bei dem die Spiegel nicht perfekt reflektierend sind, sondern einen Reflektionskoeffizienten r und Transmissionskoeffizient t haben,

$$r = \frac{E_{\text{refl}}}{E_{\text{ein}}}, \quad t = \frac{E_{\text{trans}}}{E_{\text{ein}}}. \quad (2.37)$$

Dabei ist E_{ein} das elektrische Feld der in den Resonator einfallenden elektromagnetischen Welle, E_{refl} das der reflektierten- und E_{trans} das der transmittierten Welle. Verluste durch Absorption werden vernachlässigt. Es gilt also $r^2 + t^2 =: R + T = 1$. Der Einfachheit halber wird angenommen, dass beide Spiegel die gleichen Reflektions- und Transmissionskoeffizienten haben. Das in den Resonator einfallende Licht kann durch eine ebene Welle $E_{\text{ein}} = E_0 \cdot e^{i(\omega t - kx)}$ beschrieben werden. Dabei ist ω die Kreisfrequenz des Lichts, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ die Wellenzahl mit der Wellenlänge λ und x die Strecke in Ausbreitungsrichtung der ebene Welle. Man berechnet das vom Resonator reflektierte elektromagnetische Feld E_{refl} . Mit jedem Umlauf im Resonator akkumuliert das Licht eine Phase von

$$\varphi = 2kd = \frac{4\pi\nu d}{c}. \quad (2.38)$$

Das reflektierte elektrische Feld E_{refl} ergibt sich aus der Summe aller reflektierten Teilstrahlen (siehe Abb. 2.8a).

$$E_{\text{refl}} = -E_{\text{ein}}r + E_{\text{ein}}rt^2e^{i\varphi} + E_{\text{ein}}r^3t^2e^{i2\varphi} + \dots \quad (2.39)$$

$$= -E_{\text{ein}}r + E_{\text{ein}}rt^2e^{i\varphi} \sum_{q=0}^{\infty} (r^2e^{i\varphi})^q \quad (2.40)$$

$$= -E_{\text{ein}}r + E_{\text{ein}}rt^2e^{i\varphi} \frac{1}{1 - r^2e^{i\varphi}} \quad (2.41)$$

$$= E_{\text{ein}} \frac{r(e^{i\varphi} - 1)}{1 - r^2e^{i\varphi}} \quad (2.42)$$

$$=: E_{\text{ein}}F(\omega) \quad (2.43)$$

Dabei wurde die geometrische Reihe verwendet und die Tatsache, dass Verluste vernachlässigt wurden, also $t^2 = 1 - r^2$ verwendet. In der letzten Zeile wurde der Reflektionskoeffizienten $F(\omega)$ definiert. Das Betragquadrat des elektrischen Feldes $|E_{\text{refl}}|^2$ ergibt die Intensität des reflektierten Lichts I_{refl}

$$I_{\text{refl}} = |E_{\text{refl}}|^2 \quad (2.44)$$

$$= I_0 r^2 \left| \frac{e^{i\varphi} - 1}{1 - r^2 e^{i\varphi}} \right|^2 \quad (2.45)$$

$$= I_0 r^2 \frac{(\cos(\varphi) - 1)^2 + \sin^2(\varphi)}{(1 - r^2 \cos(\varphi))^2 + r^4 \sin^2(\varphi)} \quad (2.46)$$

$$= I_0 \frac{4r^2 \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{t^4 + 4r^2 \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \quad (2.47)$$

$$= I_0 \frac{4R \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \quad (2.48)$$

Finesse

Um das Reflektions- und Transmissionsvermögen der Spiegel in einer Größe zusammen zu fassen, definiert man die Finesse \mathcal{F} .

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1 - R^2} \quad (2.49)$$

Setzt man diese in Gleichung (2.48) ein und drückt die Phase φ durch Gleichung (2.38) und den freien Spektralbereich ν_{FSR} aus, ergibt sich

$$I_{\text{refl}}(\nu) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{\pi\nu}{\nu_{\text{FSR}}}\right)}{\left(\frac{\pi}{2\mathcal{F}}\right)^2 + \sin^2\left(\frac{\pi\nu}{\nu_{\text{FSR}}}\right)} \quad (2.50)$$

Die reflektierte Intensität aus Gleichung (2.50) ist in Abb. 2.8b dargestellt. Die Intensität des transmittierten Lichts I_{transm} lässt sich analog berechnen und ist durch

$$I_{\text{transm}}(\nu) = \frac{I_0}{1 + \left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\pi\nu}{\nu_{\text{FSR}}}\right)} \quad (2.51)$$

gegeben nach [61].

Wie beim Resonator mit perfekten Spiegeln wird die maximale Intensität I_{\max} erreicht, wenn die Frequenz ein ganzzahliges Vielfaches des freien Spektralbereiches ν_{FSR} ist.

In der Nähe der Resonanz kann der Sinus in Gleichung (2.51) entwickelt werden. Dann ergibt sich für die Transmission nahe der Resonanz ein Lorenzprofil

$$I_{\text{transm}}(\nu) = \left(\frac{\nu_{\text{FSR}}}{2\mathcal{F}} \right)^2 \frac{I_{\max}}{\nu^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\mathcal{F}} \right)^2} \quad (2.52)$$

Aus dieser Näherung lässt sich die Linienbreite δ_ν der Resonanz ablesen.

$$\delta_\nu \approx \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\mathcal{F}} \quad (2.53)$$

Verluste und Lebensdauer

Im Resonator kommt es zu Verlusten, welche entweder durch die Spiegel oder durch das Medium innerhalb des Resonators entstehen. Verluste an den Spiegeln entstehen entweder durch Absorption im Spiegel, Streuung oder dadurch, dass das Licht nicht auf die räumlich begrenzten Spiegel trifft. Bei dem hier verwendeten Resonator, sollten die Verluste durch das Medium innerhalb des Resonators sehr klein sein, da sich dieser in einem Ultrahochvakuum befindet. Die Intensität des Lichts fällt durch diese Verluste nach einer gewissen Strecke exponentiell ab. Für einen Umlauf im Resonator, mit identischen Spiegeln ($R_{\text{Spiegel 1}} = R_{\text{Spiegel 2}}$), ergibt sich eine Dämpfung der Intensität um den Faktor

$$R^2 = e^{-2\alpha_R d}. \quad (2.54)$$

α_R ist dabei ein effektiver Verlust-Koeffizient, der sowohl die Verluste an den Spiegeln (inklusive Transmission) als auch die Verluste im Resonatormedium, also den Verlust an Intensität pro Längeneinheit, beinhaltet. d ist der Abstand zwischen den beiden Spiegeln. Setzt man diesen Dämpfungsfaktor in die Gleichung für die Finesse \mathcal{F} (2.49) ein, lässt sich diese in Abhängigkeit des Verlustfaktors bestimmen. Für Resonatoren mit hoher Finesse, also kleinem Verlustkoeffizienten, lässt sich die Exponentialfunktion entwickeln. Die Finesse \mathcal{F} kann dann mit

$$\mathcal{F} = \frac{\pi e^{-2\alpha_R d/2}}{1 - e^{-2\alpha_R d}} \approx \frac{\pi}{\alpha_R d} \quad (2.55)$$

genähert werden. Damit lässt sich die Lebensdauer des Lichts innerhalb des Resonators berechnen. Dazu setzt man die Finesse \mathcal{F} aus Gleichung (2.55) in die Gleichung für die Linienbreite δ_ν (Gleichung (2.53)) ein,

$$\delta_\nu \approx \frac{c\alpha_R}{2\pi}. \quad (2.56)$$

Multipliziert man den Verlustfaktor α_R mit der Lichtgeschwindigkeit c , erhält man also den Verlust pro Zeiteinheit. Deshalb wird die charakteristische Zerfallszeit

$$\tau_p = \frac{1}{c\alpha_R} \quad (2.57)$$

definiert. Die Linienbreite ist also antiproportional zur Zerfallszeit $\delta_\nu = \frac{1}{2\pi\tau_p}$. Diese Beziehung kann benutzt werden, um aus der gemessenen Zerfallszeit τ_p die Linienbreite δ_ν des Resonators zu bestimmen.

2.2.2 Frequenzstabilisierung nach Pound-Drever-Hall

Aufgrund der starken Frequenzabhängigkeit sowohl des transmittierten, als auch des reflektierten Lichts eines Resonators hoher Finesse, kann dieser als Frequenzreferenz genutzt werden. Der einfachste Ansatz dafür wäre, sich etwa auf die Hälfte des Resonanzpeaks in Transmission zu setzen und die Frequenz des Lasers so zu regeln, dass die Intensität in Transmission konstant bleibt. Diese Verfahren wird Flankenstabilisierung genannt.

Allerdings hat diese intuitive Methode zwei bedeutende Nachteile:

- Es kann nicht zwischen **Intensitätsschwankungen** des Lasers und Frequenzschwankungen unterschieden werden.
- Der Resonator speichert das Licht für eine gewisse Zeit τ_p . Das Transmissionssignal ist also um diese Antwortzeit verzögert. Dadurch wirkt der **Resonator als Tiefpassfilter** für das Transmissionssignal und begrenzt somit die Bandbreite der Frequenzstabilisierung.

Diese beiden Nachteile können umgangen werden, indem man ein etwas ausgeklügeltere Technik verwendet, das nach Robert Pound, Ronald Drever und John Lewis Hall benannt ist [13]. Die folgende Erläuterung ist an die Einführung in das Verfahren von Black angelehnt [4].

Das Tiefpassverhalten des Resonators kann verhindert werden, indem nicht das Transmissions-, sondern das Reflektionssignal verwendet wird. Das Reflektionssignal ist, wie in Abb. 2.8b dargestellt, um das Minimum symmetrisch. Es ist also nicht möglich zu bestimmen, auf welcher Seite des Minimums man sich befindet, wenn der Laser nicht mehr resonant mit dem Resonator ist. Somit kann nicht festgestellt werden, in welche Richtung die Frequenz des Lasers korrigiert werden muss. Die erste Ableitung der Reflektion ist jedoch unsymmetrisch und kann daher als Fehlersignal verwendet werden. Es genügt also, die Frequenz etwas rechts und links zu bestimmen, um die Steigung der Reflektion zu erhalten. Dazu kann eine Pockels-Zelle oder ein elektrooptischer Phasenmodulator (EOM) verwendet werden.

Das in den Resonator einfallende Licht E_{ein} kann als ebene Welle mit Phasenmodulation beschrieben werden

$$E_{\text{ein}} = E_0 e^{i(\omega t + \beta \sin(\Omega t))} \quad (2.58)$$

β beschreibt dabei die Modulationstiefe, Ω die Modulationsfrequenz und ω die Kreisfrequenz des Laserlichts. Die ebene Welle E_{ein} lässt sich durch die Jacobi-Anger Identität mithilfe der Besselfunktionen J umschreiben [45].

$$E_{\text{ein}} = E_0 e^{i\omega t} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) e^{in\Omega t}. \quad (2.59)$$

Für kleine $\beta \ll 1$ genügt es, die ersten drei Summanden der Reihe mitzunehmen.

$$E_{\text{ein}} \approx E_0 [J_0(\beta) e^{i\omega t} + J_1(\beta) e^{i(\omega+\Omega)t} - J_1(\beta) e^{i(\omega-\Omega)t}] \quad (2.60)$$

Die drei Summanden in Gleichung (2.60) entsprechen dem resonanten Laserstrahl (Trägerstrahl, oder Carrier) und den ersten beiden Seitenbändern.

Die von der Photodiode (PD) gemessene Größe ist jedoch nicht das elektrische Feld des einfallenden Lichts E_{ein} , sondern die Leistung $P = \int I dA$. Unter der Annahme, dass die Intensität I auf der Fläche A der PD konstant ist, ist die Intensität $|E|^2 = I \propto P$ proportional zu dem

von der Photodiode gemessenen Leistung P . Die Leistungen von Carrier P_c und Seitenbändern $P_{s,\{1,2\}}$ sind also gegeben durch

$$P_c = J_0^2(\beta)P_0 \quad (2.61)$$

$$P_s = J_1^2(\beta)P_0 \quad (2.62)$$

wobei P_0 die Gesamtleistung des Laserstrahls ist. Das reflektierte elektrische Feld wurde in Gleichung (2.43) berechnet. Es folgt also:

$$E_{\text{refl}} = \left[\underbrace{E_0 J_0(\beta) F(\omega) e^{i\omega t}}_{=\sqrt{P_c}} + \underbrace{E_0 J_1(\beta) F(\omega + \Omega) e^{i(\omega + \Omega)t}}_{=\sqrt{P_s}} - \underbrace{E_0 J_1(\beta) F(\omega - \Omega) e^{i(\omega - \Omega)t}}_{=\sqrt{P_s}} \right] \quad (2.63)$$

Daraus ergibt sich für die Leistung des reflektierten modulierten Lichts $P_{\text{refl}} = |E_{\text{refl}}|^2$ unter Vernachlässigung eines Proportionalitätsfaktors:

$$\begin{aligned} P_{\text{refl}} &= P_c |F(\omega)|^2 + P_s \{ |F(\omega + \Omega)|^2 + |F(\omega - \Omega)|^2 \} \\ &+ 2\sqrt{P_c P_s} \{ \text{Re}([F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)]) \cos(\Omega t) \\ &+ \text{Im}([F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)]) \sin(\Omega t) \} \\ &+ \mathcal{O}(2\Omega). \end{aligned} \quad (2.64)$$

Das Photodiodensignal enthält also drei verschiedene Terme. Die Anteile, die mit einer Frequenz von Ω oszillieren, welche durch Interferenzen des Carriers mit den Seitenbändern entstehen. Die Terme, die mit 2Ω oszillieren, aus Interferenzen zwischen den beiden Seitenbändern und die konstanten Terme die von Carrier und Seitenbändern selbst kommen. Für die Stabilisierung ist der Anteil des Photodiodensignals interessant, welcher einer Frequenz von Ω oszilliert.

Dieser kann extrahiert werden, indem das PD-Signal mit einem Sinus $\sin(\Omega t + \phi)$ eines Referenzoszillators gemischt wird. Die Phase ϕ muss so eingestellt werden, dass sich zwischen den beiden Schwingungen eine Phasendifferenz von 0 beziehungsweise π ergibt. Dadurch kommt es zu einer Schwebung, die mit der Summe und der Differenz der beiden Frequenzen schwingt.

$$\sin(\Omega t) \sin(\Omega' t) = \frac{1}{2} \{ \cos([\Omega - \Omega']t) - \cos([\Omega + \Omega']t) \} \quad (2.65)$$

Durch einen Tiefpassfilter kann die kleine Frequenz aus dem Signal herausgefiltert werden. Sind die beiden Frequenzen Ω und Ω' , gleich, bleibt lediglich ein Gleichstrom (DC)-Signal, welches als Fehlersignal verwendet werden kann.

Es lässt sich nun ein Extremfall von Gleichung (2.65) betrachten. Ist die Linienbreite des Referenzresonators $\delta\nu \ll \Omega$ viel kleiner als die Modulationsfrequenz Ω , werden die Seitenbänder nahezu vollständig reflektiert. Diese Näherung wird in der Pound-Drever-Hall (PDH)-Stabilisierung verwendet.

Beim PDH-Verfahren wird der Term, der mit $\sin(\Omega t)$ oszilliert aus dem Photodiodensignal extrahiert. Deshalb wird das Signal der Photodiode mit einem Sinus gemischt und bedarf in der Theorie keiner Phase $\phi = 0$. Da es aufgrund unterschiedlich langer Kabel zwischen Mischen

und Photodiode und Mischen und Referenzoszillator zu verschiedenen Laufzeiten kommt, muss die Phase des Referenzoszillators ϕ in der Praxis immer eingestellt werden. In Abb. 2.10 sind Fehlersignale bei verschiedenen Phasen ϕ gemischt. In der Praxis wird die Phase ϕ von Hand so eingestellt, dass das gewünschte Fehlersignal ϵ (siehe Abb. 2.10a) auftritt.

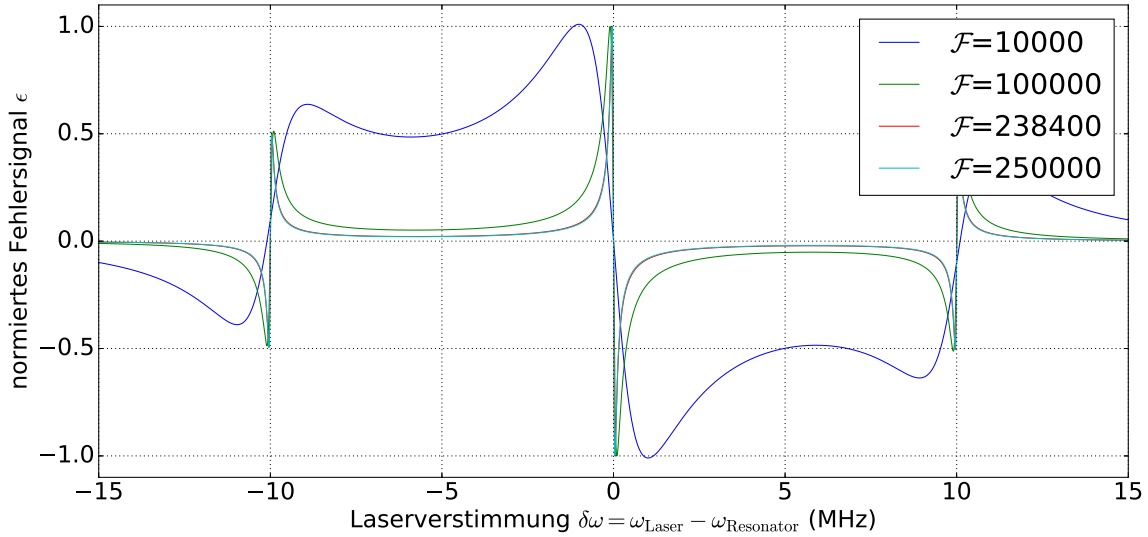


Abbildung 2.9: Zeigt das PDH-Fehlersignal für Resonatoren mit unterschiedlicher Finesse.

Das nach der Demodulation erhaltene Fehlersignal ϵ ist dann

$$\epsilon = 2\sqrt{P_c P_s} \operatorname{Im}([F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)]) \quad (2.66)$$

Wenn die Modulationsfrequenz Ω größer als die Linienbreite $\delta\nu$ ist, werden bei Resonanz beide Seitenbänder fast vollständig vom Resonator reflektiert. Also $F(\omega \pm \Omega) \approx -1$. Dadurch ist der Term

$$[F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)] \approx 2i \operatorname{Im}(F(\omega)) \quad (2.67)$$

aus Gleichung (2.66) rein imaginär. Das Fehlersignal kann dann im Bereich der Resonanz durch

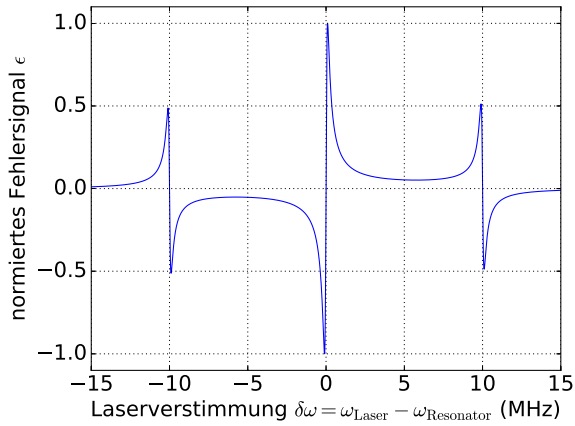
$$\epsilon = -4\sqrt{P_c P_s} \operatorname{Im}(F(\omega)) \quad (2.68)$$

angenähert werden.

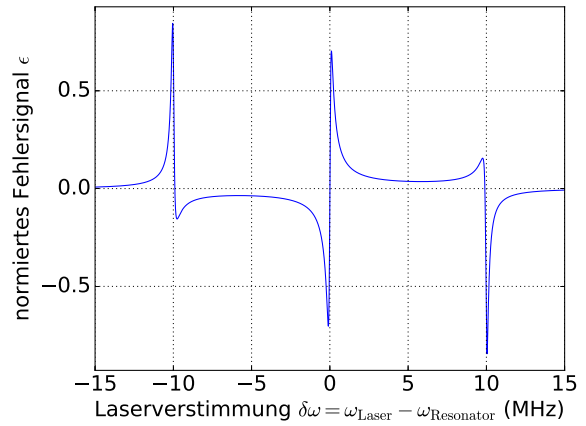
Durch Einsetzen der des Reflektionskoeffizienten $F(\omega)$ lässt sich das Fehlersignal weiter vereinfachen [4].

$$\epsilon \approx \underbrace{-\frac{4}{\pi} \frac{1}{\delta\nu} \sqrt{P_c P_s}}_{=m} \delta\omega \quad (2.69)$$

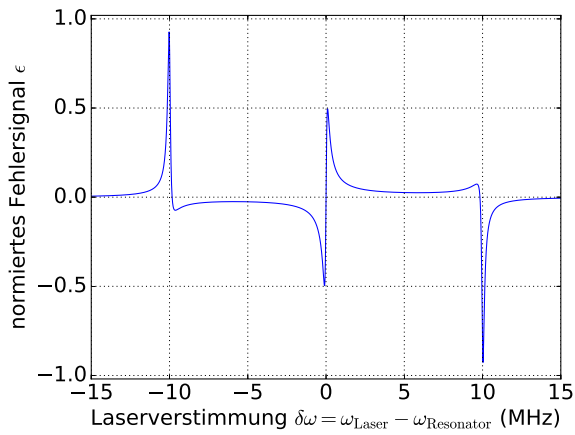
Dabei ist $\delta\omega = \omega_{\text{Laser}} - \omega_{\text{Resonator}}$ die Frequenzabweichung von der Resonanz des Resonators $\nu_{\text{Resonator}}$ und $\delta\nu$ die Linienbreite des Resonators. Die Steigung m des Fehlersignals hängt also nur von der Linienbreite $\delta\nu$, welche mit dem Resonator selbst festgelegt ist, und dem Modulationsindex β , welcher in den Leistungen P_c und P_s steckt, ab. In Abb. 2.9 ist das PDH-Fehlersignal für verschiedene Finessen gezeigt. Je Größer die Finesse \mathcal{F} , desto steiler ist das Fehlersignal. Für die Stabilisierung ist eine möglichst große Steigung vorteilhaft. Die Maximierung der Steigung m ergibt, dass die optimale Modulationstiefe $\beta = 1.08$ beträgt, was einem Verhältnis von $\frac{P_s}{P_c} = 0.42$ entspricht.



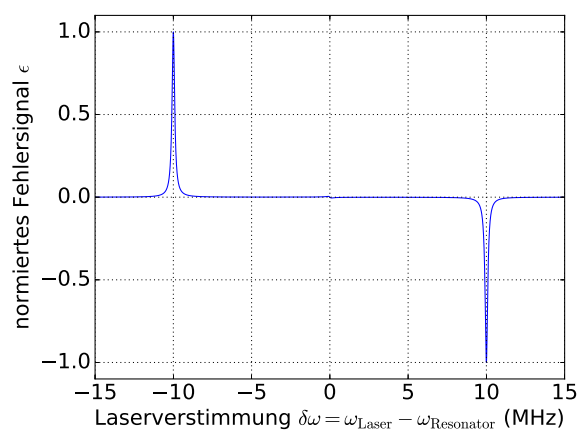
(a) Fehlersignal bei einer Phase von $\phi = 0$.



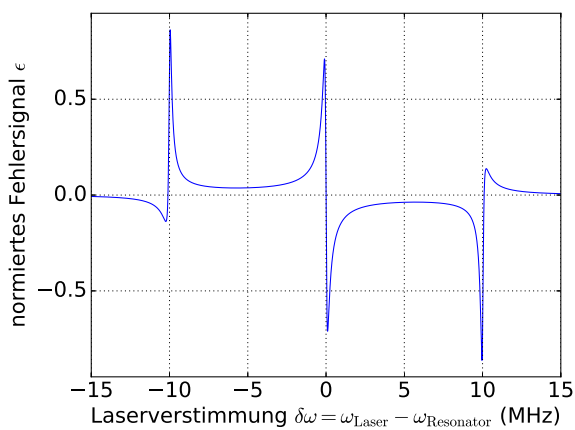
(b) Fehlersignal bei einer Phase von $\phi = \frac{\pi}{4}$.



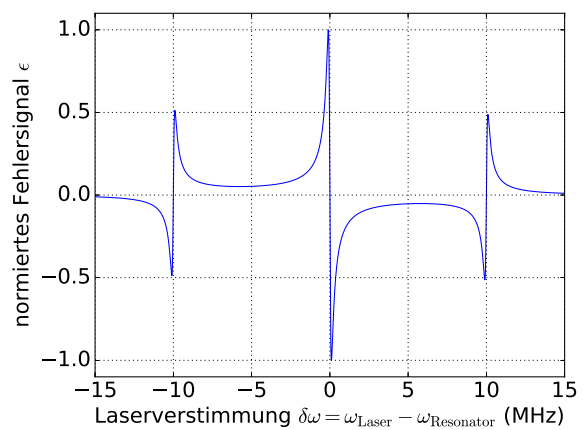
(c) Fehlersignal bei einer Phase von $\phi = \frac{\pi}{3}$.



(d) Fehlersignal bei einer Phase von $\phi = \frac{\pi}{2}$.



(e) Fehlersignal bei einer Phase von $\phi = \frac{3\pi}{4}$.



(f) Fehlersignal bei einer Phase von $\phi = \pi$.

Abbildung 2.10: PDH-Fehlersignale ϵ (Gleichung (2.66) normiert) bei verschiedenen Phasen ϕ des Demodulationssignals. Die Kurven wurden mit einer Finesse von $\mathcal{F} = 100000$ berechnet. In der Praxis wird die Phase verstellt, bis das gewünschte Fehlersignal zu sehen ist.

2.2.3 Regelungstechnik

In diesem Kapitel soll eine Einführung in die Regelungstechnik auf Grundlage von [43, 2] gegeben werden. Auch wenn es sich bei den in dieser Arbeit verwendeten Reglern lediglich um Standard Proportional-, Differential- und Integral-Regler (PID)-Regler handelt, soll diese Einführung etwas grundlegender sein, da Regelungstechnik im Physikstudium üblicherweise nicht behandelt wird, aber in der Experimentalphysik eine wichtige Rolle spielt. Speziell für diese Masterarbeit wurden mehrere Regler für die Temperaturstabilisierung der Referenz-Resonatoren, sowie die Frequenzstabilisierung und Intensitätsstabilisierung verwendet.

Zunächst wird die Beschreibung eines dynamischen Systems erläutert. Eine schematische Darstellung des dynamischen Systems ist in [Abb. 2.11](#) gezeigt.

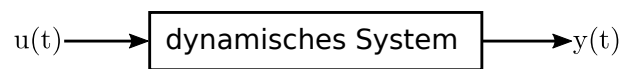


Abbildung 2.11: Schematische Darstellung eines dynamischen Systems mit Eingangsgröße $u(t)$ und Ausgangsgröße $y(t)$

Gesucht ist eine Rechenvorschrift, die bei einer bekannten Eingangsgröße $u(t)$ den Ausgang des dynamischen Systems $y(t)$ ergibt. Es gibt verschiedene Möglichkeiten, das System zu beschreiben. Im Folgenden wird auf die Beschreibung im Zeitbereich und der Beschreibung im Frequenzbereich eingegangen, da diese für die Aufgabenstellung am wichtigsten sind.

Beschreibung eines dynamischen Systems im Zeitbereich

In der Regel werden dynamische Systeme durch ein lineares Differentialgleichungssystem beschrieben. Letzteres wird hergeleitet, indem man die grundlegenden physikalischen Gesetze für die einzelnen Bausteine aufschreibt. Anschließend setzt man diese so ineinander ein, dass die Gleichung für das Gesamtsystem nur noch von der Anfangsgröße $u(t)$, der Endgröße $y(t)$ und deren Ableitungen abhängen.

Als Beispiel wird ein Tiefpassfilter, welcher in [Abb. 2.12](#) schematisch dargestellt ist, untersucht. Die Ausgangsspannung $U_a(t)$ ist gleich der am Kondensator anliegenden Spannung U_C .

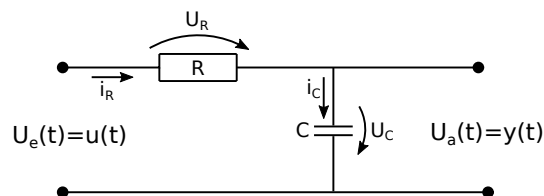


Abbildung 2.12: Schaltkreis eines Tiefpassfilters.

Diese stellt in diesem Beispiel die Regelgröße $y(t)$ dar. Es wird davon ausgegangen, dass der Kondensator am Anfang bei $t = 0$ noch nicht geladen ist. Die Spannung des Kondensators U_C berechnet sich also durch

$$U_C(t) = y(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(\tau) d\tau \quad (2.70)$$

Da der gesamte Strom durch den Kondensator abfließen muss, ist der Strom durch den Kondensator i_C gleich dem Strom durch den Widerstand i_R . Der Strom durch den Widerstand lässt sich mit dem Ohmschen Gesetz berechnen.

$$i_R(t) = \frac{u(t) - y(t)}{R} \quad (2.71)$$

Setzt man den Strom aus [Gleichung \(2.71\)](#) in die Gleichung für die Ausgangsspannung ([Gleichung \(2.70\)](#)) ein, ergibt sich

$$y(t) = \frac{1}{RC} \int_0^t y(\tau) d\tau - \underbrace{\frac{1}{RC}}_{:=\omega_0} \int_0^t u(\tau) d\tau \quad (2.72)$$

Leitet man diese Gleichung nach der Zeit ab, so erhält man, mit der charakteristischen Frequenz $\omega_0 = \frac{1}{RC}$, die Differentialgleichung die das System beschreibt.

$$\dot{y}(t) = \omega_0 u(t) - \omega_0 y(t). \quad (2.73)$$

Bei diesem sehr einfachen Beispiel kann die das System beschreibende Differentialgleichung schnell gefunden und gelöst werden, da es sich um eine lineare inhomogene Differentialgleichung erster Ordnung handelt. Sobald die Systeme jedoch komplizierter werden, kann nicht davon ausgegangen werden, dass eine Lösung der Differentialgleichung immer möglich ist. Da häufig Schwingungen oder periodische Signale untersucht werden, ist es einfacher ein dynamisches System im Frequenzbereich zu betrachten.

Beschreibung eines Systems im Frequenzbereich

Zur Transformation in den Frequenzbereich wird in der Regelungstechnik üblicherweise die Laplacetransformation \mathcal{L} verwendet. Die Laplacetransformation \mathcal{L} der Funktion $f(t)$ ist gegeben durch

$$F(s) = \mathcal{L}(f(t)) =: \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt \quad (2.74)$$

dabei ist $s = \delta + i\omega$ die komplexe Frequenz.

Der Vorteil der Laplacetransformation gegenüber der Fouriertransformation ist, dass diese auch für Funktionen $f(t)$ angewendet werden kann, die die Dirichlet-Bedingung¹ nicht erfüllen. Die Laplacetransformation kann also für eine größere Klasse an Funktionen verwendet werden.

Aus der Definition der Laplacetransformation ergeben sich folgende Rechenregeln für die Transformation der n -ten Ableitung und der Stammfunktion:

$$\mathcal{L}\left(\frac{d^n f}{dt^n}\right) = s^n F(s) \quad (2.75)$$

$$\mathcal{L}\left(\int f(t) dt\right) = \frac{1}{s} F(s) \quad (2.76)$$

¹unter anderem muss $\int_{-\infty}^\infty |f(t)| dt < \infty$ erfüllt sein (siehe [43]).

Wandelt man die Differentialgleichung des Systems um, so lässt sich die Übertragungsfunktion $G(s)$ als Quotient des Ausgangssignals $Y(s)$ zum Eingangssignal $U(s)$

$$G(s) := \frac{Y(s)}{U(s)} \quad (2.77)$$

bestimmen.

Für das Beispiel des Tiefpassfilters folgt aus [Gleichung \(2.73\)](#) unter Verwendung der Rechenregeln [\(2.76\)](#):

$$sY(s) = \omega_0(-Y(s) + U(s)) \quad (2.78)$$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_0}} \quad (2.79)$$

In der Regelungstechnik werden Systeme oft mithilfe solcher Übertragungsfunktionen beschrieben. Aus Konvention gibt man den transformierten Funktionen Großbuchstaben.

Zur Charakterisierung des Systems wird ein Bode-Diagramm erstellt. Diese zeigt die Amplitude der Übertragungsfunktion $|G(s)|$ und die Phase der Übertragungsfunktion $\arg(G(s))$ über einer gemeinsamen Frequenzachse. Das Bode-Diagramm für den Tiefpassfilter aus dem Beispiel ist in [Abb. 2.13](#) gezeigt.

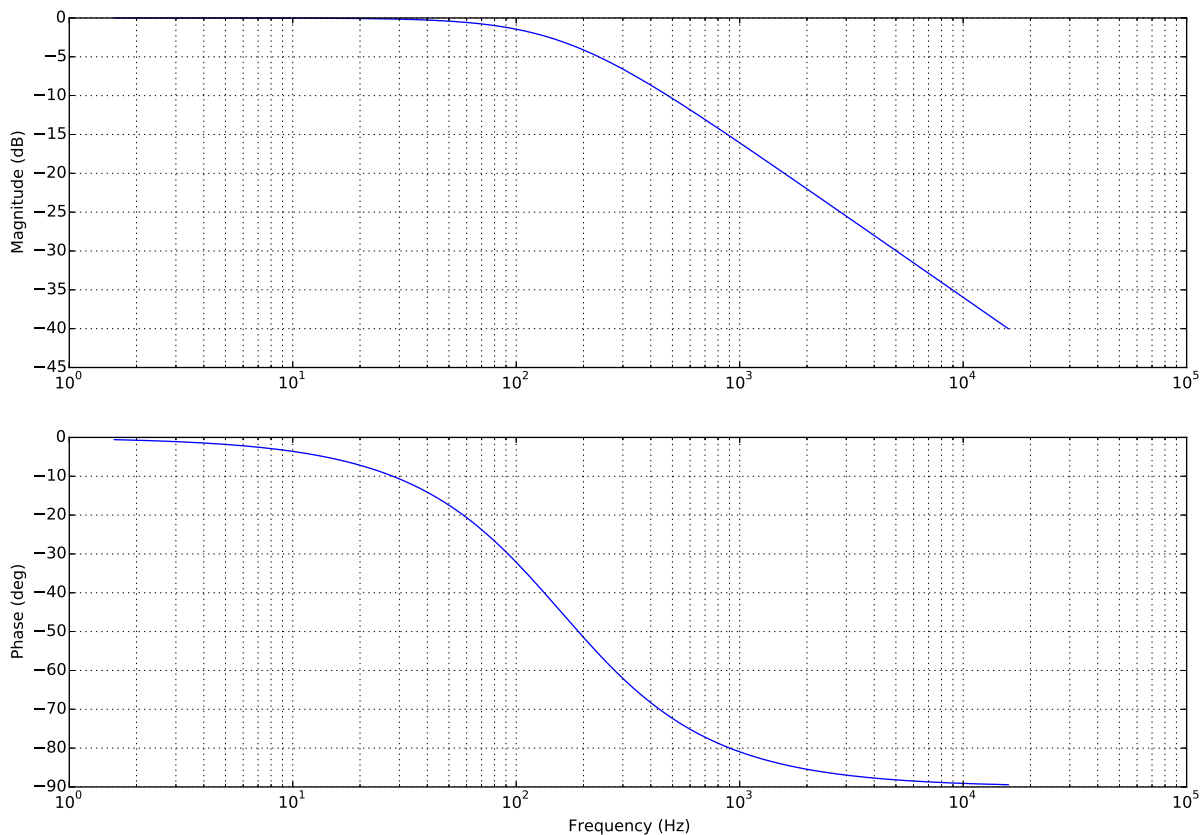


Abbildung 2.13: Bode-Diagramm eines Tiefpassfilters. Es wurde eine charakteristische Frequenz von $\omega_0 = 1000 \frac{1}{s}$ gewählt.

Nach der Beschreibung eines dynamischen Systems, folgt nun eine Einführung in die Regelung eines solchen Systems. Ziel ist es, dass die Regelgröße $y(t)$ einer vorgegebenen Führungsgröße $w(t)$ folgt. Ist die Führungsgröße zeitlich konstant $w(t) = \text{const.}$ wird die Führungsgröße auch Sollwert genannt. Um dieses Ziel erreichen zu können, muss das dynamische System beeinflussbar sein. Die Beeinflussung erfolgt über die Stellgröße $u(t)$. Oft unterliegt die Regelstrecke auch äußeren Störungen die zusammengefasst als Störgröße $d(t)$ bezeichnet werden. Der Regler hat dann die Aufgabe diese Störgröße zu kompensieren und das System im gewünschten Zustand zu halten.

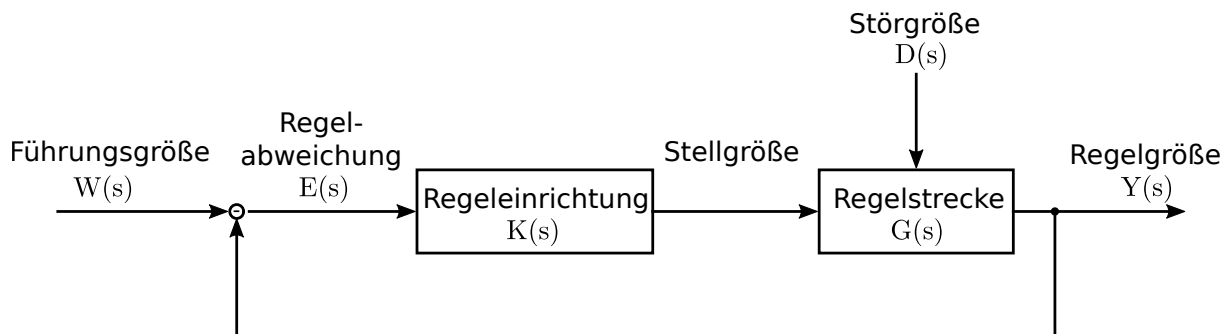


Abbildung 2.14: Schematische Darstellung einer Regelstrecke

Das untersuchte dynamische System wird auch als Regelstrecke bezeichnet. Zur Regelstrecke kommt eine Regeleinrichtung mit der Übertragungsfunktion $K(s)$ hinzu, wie in Abb. 2.14 dargestellt. Die Regelstrecke dient dazu das Gesamtsystem so zu beeinflussen, dass dessen Dynamik den Wünschen des Anwenders entspricht.

Das Gesamtsystem bestehend aus Regeleinrichtung und Regelstrecke kann dann mit der Führungsübertragungsfunktion

$$G_w(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)} \quad (2.80)$$

beschrieben werden. Dabei ist $K(s) = \frac{U(s)}{E(s)}$ die Übertragungsfunktion der Regeleinrichtung und $G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)}$ die Übertragungsfunktion der Regelstrecke. Die Regelstrecke $K(s)$ wird so konstruiert, dass die Regelabweichung minimiert wird. Man spricht dabei vom Entwurf einer Regelschleife.

In der Anwendung wird aber oft auf die Entwicklung einer speziellen Regelstrecke verzichtet und es werden standardmäßig PID-Regler verwendet. Dabei wird ein proportionaler Regler, ein integrierender Regler und ein differenzierender Regler zusammenschaltet. Diese drei Teile werden mit P-, I- und D-Glied abgekürzt.

Dabei regelt das P-Glied proportional zur Regelabweichung $e(t)$, das I-Glied bildet das Integral der Regelabweichung $e(t)$ und die Stellgröße des D-Glieds ist proportional zur zeitlichen Ableitung der Regelabweichung $e(t)$. Zusammenfassend ist die Stellgröße $u(s)$ eines PID-Reglers im Zeitbereich durch folgende Funktion gegeben:

$$u(t) = k_p \cdot e(t) + k_i \int_0^t e(\tau) d\tau + k_d \frac{\partial}{\partial t} e(t) \quad (2.81)$$

Die Übertragungsfunktion eines **PID**-Reglers im Frequenzbereich ist durch die Addition der Übertragungsfunktionen der drei einzelnen Regler K_p , K_i und K_d gegeben:

$$K_{\text{PID}}(s) = K_p(s) + K_I(s) + K_D(s) \quad (2.82)$$

$$= k_p + \frac{k_I}{s} + k_d \cdot s \quad (2.83)$$

Die Koeffizienten k_p , k_i und k_d sind dabei die Amplituden der Reglerkomponenten, die für eine bestimmte Regelaufgabe angepasst werden müssen.

In **Abb. 2.15** sind Bodediagramme für verschiedene Regler gezeigt.

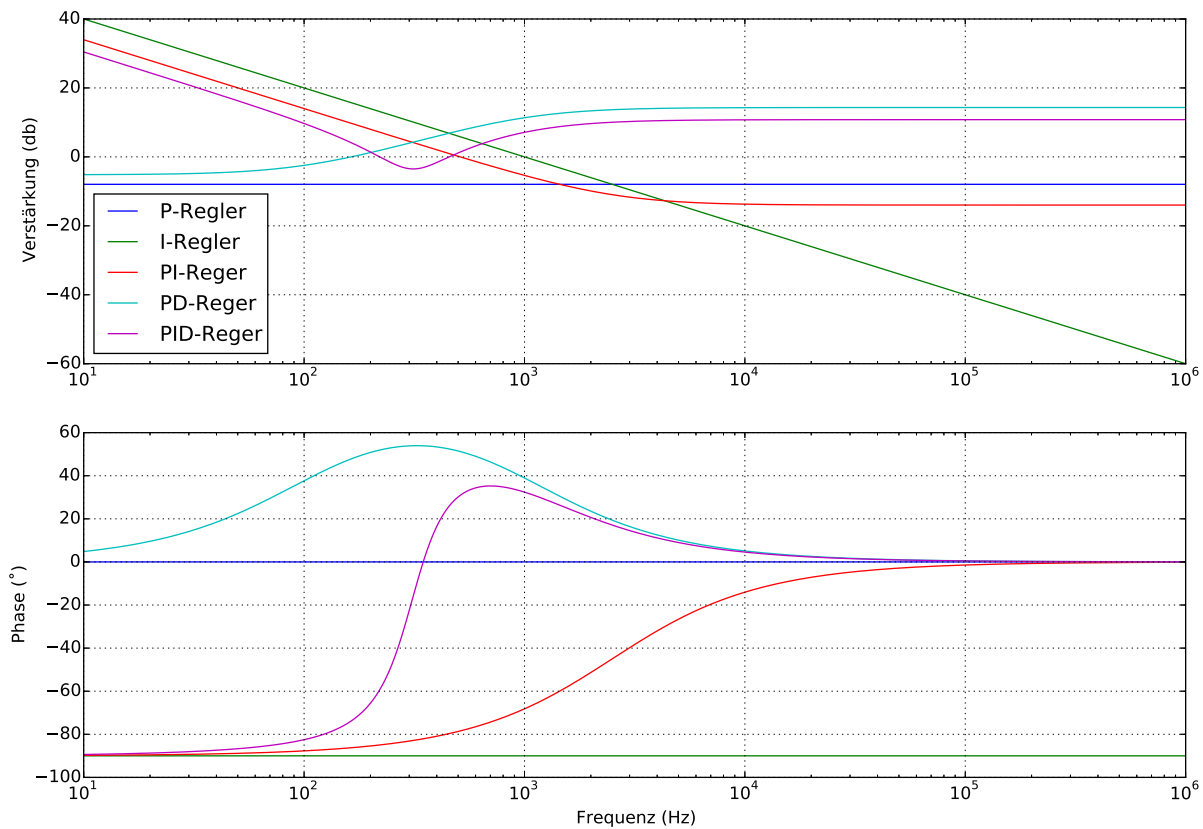


Abbildung 2.15: Bode-Diagramm für verschiedene Regler. Dem D-Teil wurde ein Tiefpass mit Frequenz 1 kHz hinzugefügt. Die Koeffizienten der einzelnen Reglerkomponenten sind: $k_p = 0,4$, $k_i = 10^{-3} \frac{1}{\text{s}}$ und $k_d = 10^{-2} \text{ s}$. Beim **PID**-Regler wurden die einzelnen Reglerteile addiert und die Koeffizienten durch Multiplikation mit dem Faktor $\frac{1}{3}$ normiert.

In **Abschnitt 3.4** wurde die Regelstrecke einer Laserintensitätsstabilisierung ausgemessen und der dabei verwendete digitale **PID** Regler wurde charakterisiert.

Kapitel 3

Das Qubitlasersystem

Der Qubitlaser wird benötigt, in den in [Abschnitt 2.1.2](#) besprochenen $S_{1/2} \leftrightarrow D_{5/2}$ Quadrupolübergang zu treiben. In diesen zwei Zuständen wird das Qubit codiert. Der Angeregte $D_{5/2}$ hat eine Lebensdauer von 390 ms beziehungsweise eine Zerfallsrate von [5]. Um den Qubitübergang kohärent treiben zu können sollte der [Laser](#) daher eine Linienbreite im Bereich von einigen Hertz haben.

3.1 Der Laser

Der für den Qubit-Übergang verwendete [Laser](#)¹ besteht aus einer antireflektionsbeschichteten Diode und einem Trapezverstärker (TA) und ist in [Abb. 3.1](#) dargestellt. Dieses Lasersystem kann auf eine ausreichend schmale Linienbreite stabilisiert werden und liefert mit dem TA ausreichend Leistung.

Der Masterlaser, in [Abb. 3.1b](#) rechts oben zu sehen, ist ein gitterstabilisierter Diodenlaser (engl. External-Cavity Diode Laser (ECDL)) in Littrow Konfiguration [69, 28, 58]. Das bedeutet, dass zusätzlich zum Resonator, welchen die Laserdiode selbst bildet, mithilfe eines Reflektionsgitters ein weiterer Resonator hinzugefügt wird. Aufgrund der antireflex (AR)-beschichtete Diode, des hier verwendeten [Lasers](#), wird nur ein minimaler Teil des Lichts innerhalb der Diode reflektiert [68]. Der Großteil des Lichts wird vom Reflektionsgitter und der hinteren Diodenwand reflektiert, was zur Folge hat, dass die Linienbreite dieses externen Resonators viel kleiner ist, als die der Diode selbst. Außerdem hängt die Wellenlänge des emittierten Lichts vom Winkel α ab, mit dem das Reflektionsgitter angestrahlt wird. Das Reflektionsgitter ist auf einem Piezo-Aktuator montiert, wodurch sich der Winkel α und die Wellenlänge des [Lasers](#) variieren lässt. Dieses Gitter wird für die Frequenzstabilisierung des [Lasers](#) verwendet. Die Bandbreite der Rückkopplung beträgt dabei nur einige kHz, da das Gitter mechanisch bewegt werden muss. Da jedoch der [Laser](#) mithilfe des Gitters über einen großen Frequenzbereich verstimmbar werden kann, wird die Rückkopplung genutzt, um langsame Frequenzdrifts auszugleichen. Diese Drifts können beispielsweise durch Regelabweichungen der Diodentemperatur oder Schwankungen der Umgebungstemperatur entstehen. Zum Ausgleich schneller Fluktuationen wird zusätzlich der Diodenstrom geregelt. Der Diodenstrom beeinflusst die Anzahl der Ladungsträger im Halbleiter und somit dessen Brechungsindex. Dadurch ändert sich die optische Weglänge der Diode

¹TA pro, Toptica Photonics AG

und somit auch die auch die Wellenlänge des emittierten Lichts. Die Bandbreite der Regelung mithilfe des Diodenstroms liegt in der Größenordnung von mehreren 100 kHz bis einigen MHz [68].

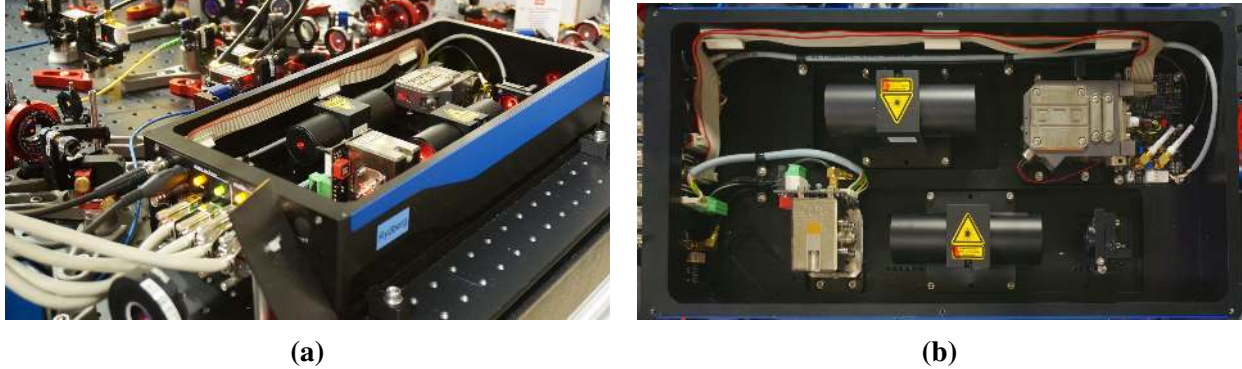


Abbildung 3.1: Fotos des 674 nm Lasers. **(a)** Geöffneter Laser in schräger Draufsicht. Links oben am Laser sind die BNC-Kabel zu sehen, die das Regelsignal für das Gitter und den Diodenstrom führen. **(b)** Geöffneter Laser in Draufsicht. Oben rechts im Bild sieht man den gitterstabilisierte Masterlaser, unten links den TA und dazwischen die beiden optischen Isolatoren, die den optischen Verstärker und den Masterlaser vor Reflektionen schützen.

Das Licht des Masterlasers passiert einen optischen Isolator und wird mit einem TA verstärkt. Das Verstärkungsprofil ist logarithmisch und wurde in [11] ausgemessen. Die Verstärkung des TA ist bei kleiner Eingangsleistung sehr groß und nimmt mit höheren Eingangsleistungen ab. Deshalb wird das Licht des Master-Diode aus dem Laser ausgekoppelt und mithilfe des Hoch-Finesse-Resonators (HFRs) stabilisiert. Der nicht für die Stabilisierung benötigte Teil des Lichts wird in den TA eingestrahlt (ca. 20 mW). Somit kann das gesamte nach dem TA zur verfügbare Licht für das Experiment genutzt werden, da dieses bereits frequenzstabilisiert ist. Eine ausführlichere Beschreibung eines sehr ähnlichen Lasersystems ist in [15] zu finden.

Die Kenndaten des Lasers sind in Tabelle 3.1 zusammengefasst.

Tabelle 3.1: Kenndaten des 674 nm Lasers

		laut Datenblatt	gemessen am 29.07.2015
Temperatur Diode	°C	20,0	20,2
Temperatur TA	°C	19,9	20,2
Strom Diode	mA	129,0	138
Strom TA	mA	882	664
Leistung Diode	mW	26,0	28,5
Leistung TA	mW	500	250

3.2 Optischer Aufbau

Im Folgenden werden die einzelnen Teile des 674 nm Lasersystems im Detail beschrieben. Der optische Aufbau gliedert sich in drei Abschnitte. In Abschnitt 3.2.1 ist der Lasertisch beschrieben, in Abschnitt 3.2.3 der Hoch-Finesse-Resonator und in Abschnitt 3.2.4 das Experiment.

Diese Komponenten sind auf unterschiedlichen Tischen, an verschiedenen Stellen im Labor aufgebaut. Die einzelnen Teile sind mit polarisationserhaltenden Glasfasern miteinander verbunden. Mithilfe eines Polarimeters² wird sichergestellt, dass das Licht dabei bestmöglich in eine der beiden Faserhauptachsen eingekoppelt wird. Die Verwendung von Glasfasern ermöglicht einen modularen Aufbau was Änderungen an einzelnen Teilaufbauten erleichtert.

Ursprünglich war eine Zwei-Stufen-Frequenzstabilisierung geplant. Dabei wird der Laser auf einen optischen Resonator mittlerer Finesse vorstabilisiert und das Fehlersignal des Hoch-Finesse-Resonator in einen AOM gefüttert, der als “noise-eater” fungiert, also das verbleibende Rauschen entfernt. Jedoch waren die optischen Verluste im zur Vorstabilisierung verwendeten Resonator zu groß, weshalb letztendlich direkt auf den Hoch-Finesse-Resonator stabilisiert wurde.

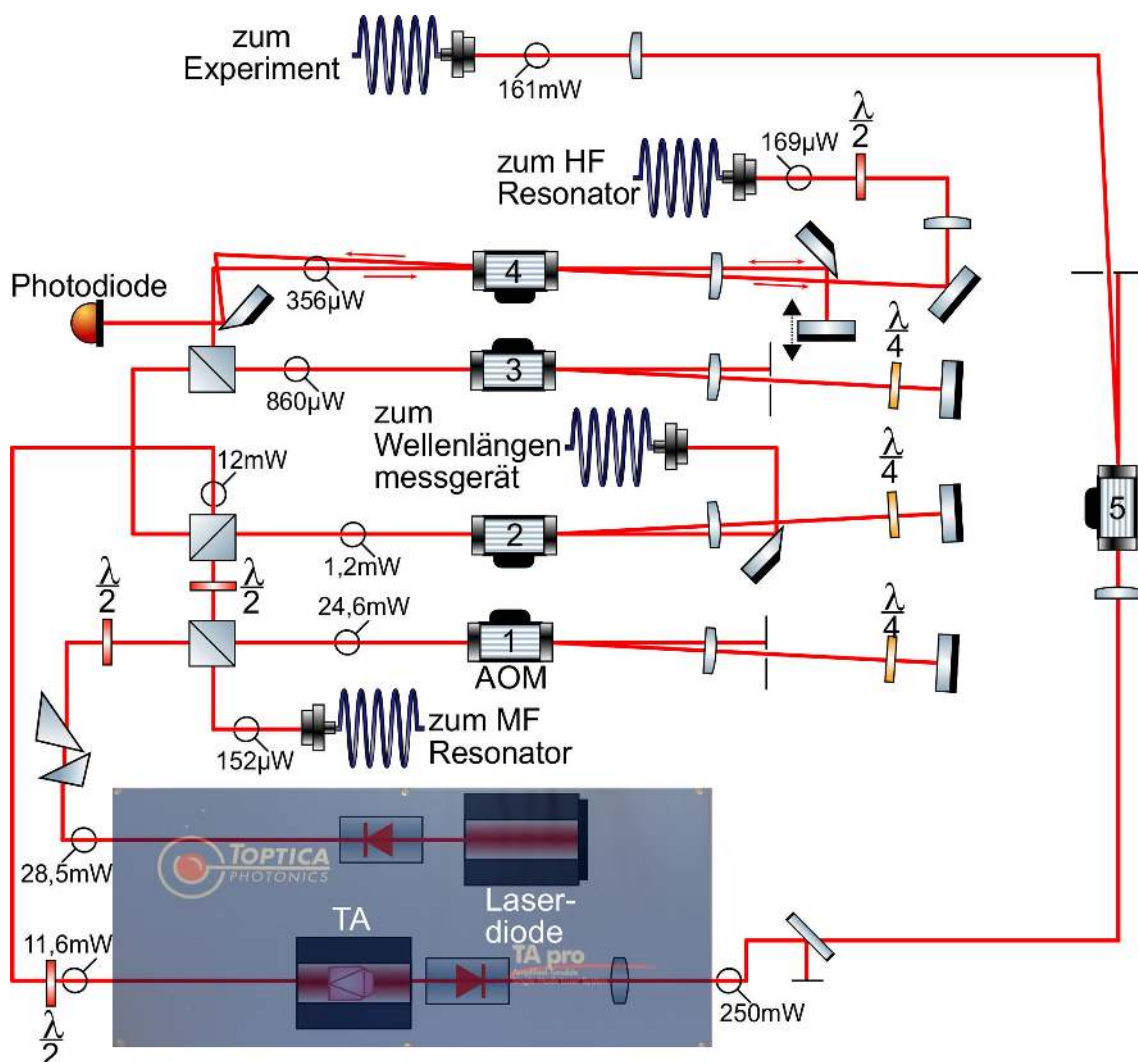


Abbildung 3.2: Schematischer Aufbau des Qubit-Lasersystems auf dem Lasertisch³.

²PAX5710VIS-T, Thorlabs

³Alle Abbildungen zur schematischen Darstellung von optischen Aufbauten wurden mit von Elementen aus der, unter “Creative Commons license” veröffentlichten, ComponentLibrary erstellt [22]. Einige Elemente wurden aus der ComponentLibrary wurden abgewandelt.

3.2.1 Lasertisch

Wie einführend bereits erwähnt, wird lediglich ein kleiner Teil des Lichts der “Masterlaserdiode” verwendet, um den **Laser** zu stabilisieren. Der Rest des Laserlichts geht in den Verstärker. Dadurch kann die Anzahl an optischen Elementen nach dem Verstärker minimiert werden. Dies ermöglicht es somit eine höhere Lichtleistung am Ort der Ionen zu erzeugen.

In **Abb. 3.2** ist der Aufbau auf dem Lasertisch schematisch dargestellt. Die Funktion der einzelnen **AOMs** ist im Folgenden aufgelistet:

AOM Nr. 1 80 MHz⁴ Doppeldurchgang: dient zur Stabilisierung des **Lasers**, falls ein Zweistufenlock verwendet wird.

AOM Nr. 2 200 MHz⁵ Doppeldurchgang: dient dazu, den **HFR** auf Resonanz mit den Ionen zu bringen.

AOM Nr. 3 270 MHz⁶ Doppeldurchgang: hat die selbe Funktion wie **AOM Nr. 2**.

AOM Nr. 4 80 MHz⁴ Einfachdurchgang: wird zur Kompensation des Faserrauschens in der Glasfaser zum Hoch-Finesse-Resonator verwendet.

AOM Nr. 5 80 MHz⁴ Einfachdurchgang: wird zur Kompensation des Faserrauschens in der Glasfaser zum Experiment verwendet.

3.2.2 Vorstabilisierung

In diesem Kapitel soll die aktuell nicht verwendete, aber bereits aufgebaute und getestete Vorstabilisierung [11] beschrieben werden. Das Licht wird vom Lasertisch mittels einer 3 m langen polarisationserhaltenden Faser⁷ zum Resonator mittlerer Finesse geleitet. Zur Frequenzstabilisierung wird das übliche Pound-Drever-Hall Verfahren verwendet. Mithilfe einer Photodiode (**PD**) wird die Intensität des vom Resonator reflektierten Strahls gemessen und zur Erzeugung des **PDH-Fehlersignals** verwendet. Diese Photodiode ist in **Abb. 3.4** mit **PD1** gekennzeichnet. Der optische Aufbau ist nahezu identisch zu dem für den Hoch-Finesse-Resonator. Dieser ist in Kapitel 3.2.3 ausführlich beschrieben. Zur Phasenmodulation des **Lasers** wird ein **EOM**⁸ mit integriertem Schwingkreis verwendet. Das Datenblatt des hier verwendeten **EOMs** ist in Anhang G zu finden. Der optische Aufbau ist schematisch in **Abb. 3.4** dargestellt.

Der Resonator, auf den stabilisiert wird, ist ein Eigenbau, der von der Universität Innsbruck entwickelt wurde und in [36, 44] beschrieben ist. Bilder des vierfach-Resonator Aufbaus sind in **Abb. 3.5** zu sehen. Es sind zwei dieser vierfach-Resonatoren vorhanden. Die in der ersten Vakuumkammer untergebrachten Referenz-Resonatoren dienen zur Stabilisierung der “sichtbaren” **Laser** (422 nm, 610 nm, 674 nm und 1550 nm). Die anderen Resonatoren werden zur Stabilisierung der Infrarot (**IR**)-**Laser** (970 nm, 1033 nm und 1092 nm) verwendet. Der Druck

⁴3080-125, Gooch & Housego

⁵3100-125, Gooch & Housego

⁶TEF 270 100, Brimrose

⁷PMJ-3A3A-633-4/125-3-3-1, OZ Optics

⁸EO-F20A3-BC, Qubig

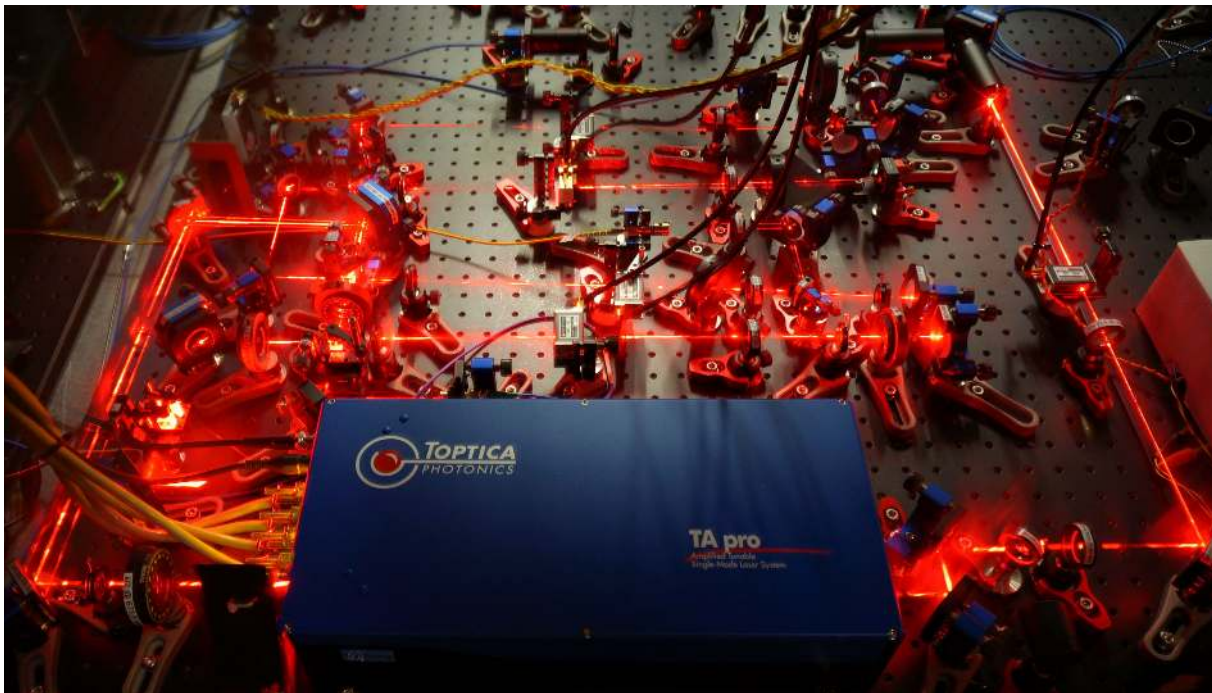


Abbildung 3.3: Foto des Aufbaus auf dem Lasertisch im Labor. Teilweise sind mehrere Beugungsordnungen der AOMs zu sehen.

in der Vakuumkammer für die IR-Resonatoren beträgt $2 \cdot 10^{-8}$ mbar und der in der Vakuumkammer für die sichtbaren Laser beträgt $1 \cdot 10^{-8}$ Torr. Die Drücke wurden den Steuergeräten der jeweiligen Ionengetterpumpen abgelesen.

In der Vakuumkammer befindet sich ein ULE-Distanzstück mit vier Löchern, auf das Spiegel aufgeklebt werden können. Somit kann die Vakuumkammer für vier optische Resonatoren genutzt werden. Auf einer Seite des Resonators sind Piezo-Aktuator zwischen dem Spiegel und dem Distanzstück befestigt. Damit lässt sich die Länge des Resonators variieren. Dies ist nütz-

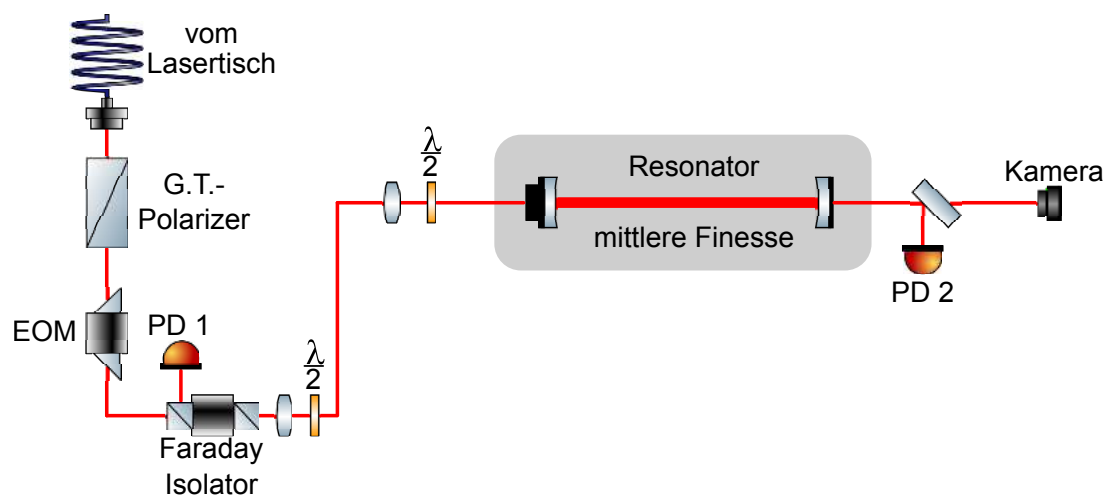


Abbildung 3.4: Aufbau der Vorstabilisierung schematisch dargestellt.

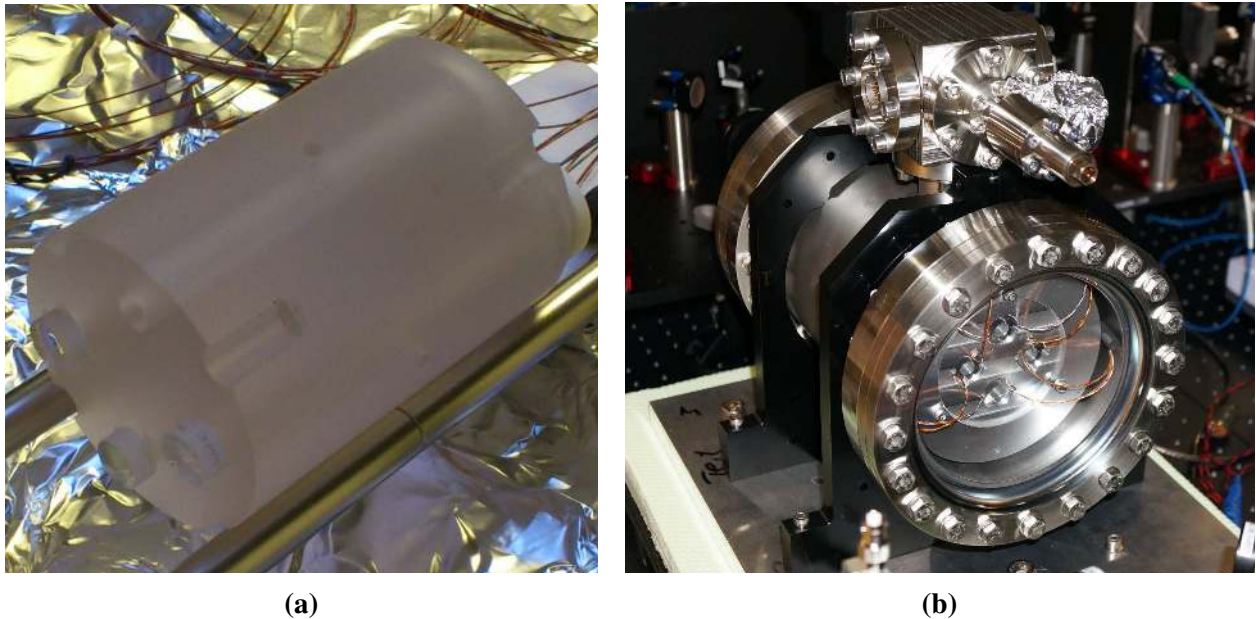


Abbildung 3.5: Fotos des Resonators mittlere Finesse und dessen Vakuumkammer. **(a)** ULE-Spacer des Resonators mittlerer Finesse mit den aufgeklebten Resonator-Spiegeln. **(b)** Vakuumkammer mit eingebautem Resonator. Mit den Anschlusskabeln für die Piezo-Aktoren.

lich, um einen auf den Resonator stabilisierten **Laser** in der Frequenz verstimmen zu können.

Durch das Festkleben der Spiegel müssen sich diese verspannt haben, da sie nun doppelbrechend sind. Es bilden sich zwei ausgezeichnete Polarisationsrichtungen im Resonator. Die optische Weglänge für diese zwei Polarisierungen ist leicht unterschiedlich. Dadurch entstehen zwei sehr nahe beieinander liegende Resonatormoden. Strahlt man nun, wie sonst üblich, zirkular polarisiertes Licht in den Resonator, schwingen beide Resonatormoden an. Man würde ein “doppeltes” PDH-Signal bekommen, auf welches sich der **Laser** nicht gut stabilisieren lässt.

Um zu verhindern, dass beide Moden anschwingen, strahlen wir linear polarisiertes Licht in den Resonator ein, dessen Polarisationsachse auf eine der doppelbrechenden Hauptachsen fällt. Da nun aber linear polarisiertes Licht verwendet wird, kann kein Polarisationsstrahlteiler (engl. Polarizing Beam Splitter (**PBS**)) verwendet werden, um den reflektierten Strahl vom einfallenden Strahl zu separieren. Deshalb verwenden wir statt eines **PBS** ein Faraday-Isolator⁹, bei dem der geblockte Strahl abgegriffen werden kann. Somit kann trotz der doppelbrechenden Spiegel ein Fehlersignal generiert werden, auf das für die Frequenzstabilisierung genutzt werden kann.

3.2.3 Hoch-Finesse-Resonator

In diesem Kapitel ist der Aufbau für die Frequenzstabilisierung mithilfe des Hoch-Finesse-Resonators beschrieben. Der gesamte optische Aufbau um den Hoch-Finesse-Resonator herum ist auf einer Antivibrationsplattform¹⁰ mit Maßen 610 mm × 572 mm aufgebaut. Diese ermöglicht eine Dämpfung von sowohl horizontalen als auch vertikalen Vibrationen mit Frequenzen

⁹IO-5-670-HP, Thorlabs

¹⁰50BM-1C, Minus K

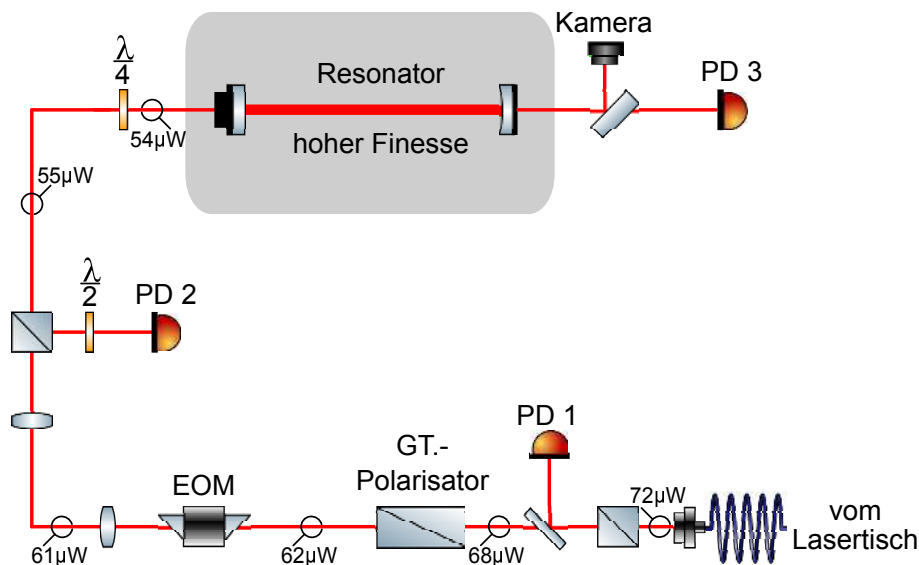


Abbildung 3.6: Schematischer optischer Aufbau zur Stabilisierung auf den Hoch-Finesse-Resonator

oberhalb von 1 Hz. Die maximale mögliche Belastung der Plattform beträgt ca. 23 kg. Ein Schema des optischen Aufbaus ist in [Abb. 3.6](#) dargestellt.

Durch eine Monomodenfaser¹¹ wird das Licht vom Lasertisch zum Tisch mit dem Hoch-Finesse-Resonator gebracht. Nach der 10 m langen Glasfaser, ist die Polarisation des Lichtes, trotz Verwendung einer polarisationserhaltenden Glasfaser, unter Umständen nicht perfekt linear. Deshalb wurde direkt nach der Faser ein PBS¹² eingesetzt, der die Polarisation des Lichtes definiert. Dadurch werden jedoch Polarisationsschwankungen in Intensitätsschwankungen umgewandelt. Um diese auszugleichen, wird ein kleiner Teil (ca. 4%) des Lichts mit einem schwach reflektierenden Strahlteiler (engl. Beam Sampler (BS)) auf die PD1 (siehe [Abb. 3.6](#)) reflektiert. Mit dem Signal der PD1 kann die Intensität aktiv geregelt werden. Die Intensitätsstabilisierung ist in [Abschnitt 3.4](#) diskutiert.

Mithilfe eines EOMs¹³ werden die für die PDH-Stabilisierung benötigten Seitenbänder aufmoduliert. Es wird eine Modulationsfrequenz von 10 MHz verwendet. Die üblicherweise verwendeten Standard-PBS¹² haben lediglich ein Lösungsverhältnis von 10^{-3} [3]. Der EOM reagiert sehr empfindlich auf die Polarisation des Lichtes. Wird die Polarisation des Lichtes nicht genau der Kristallachse angepasst wird die Polarisation moduliert und es kann eine remanente Amplitudenmodulation (RAM) auftreten, welche das PDH Signal beeinträchtigen würde. Deshalb wird, um eine präzise Ausrichtung der Polarisation sicher zu stellen, zusätzlich ein Glan-Thompson (GT) Strahlteiler¹⁴ eingebaut, der ein Lösungsverhältnis von 10^{-6} garantiert. Durch sorgfältige Ausrichtung der Polarisation kann die RAM minimiert werden. Weitere Tipps zur Minimierung wurden vom Hersteller einer der EOMs geliefert (siehe “RAM considerations” in Anhang G). Eine aktive Regelschleife zur Minimierung der RAM ist in Artikel [71] beschrieben.

¹¹PMJ-3A3A-633-4-125-3-10-1, OZ Optics

¹²Bernhard Halle Nachfl. GmbH

¹³PM-C-BB, Qioptiq

¹⁴GTH10M-B, Thorlabs

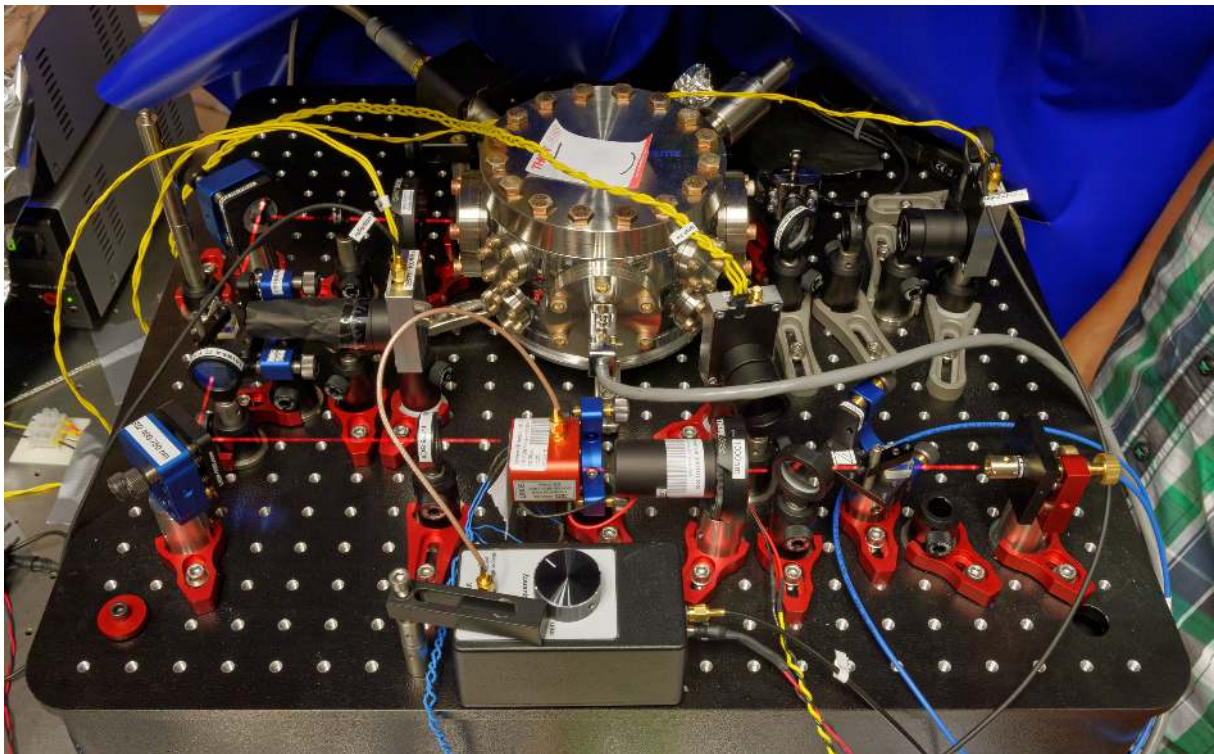


Abbildung 3.7: Foto des Aufbaus um den Hoch-Finesse-Resonator herum.

Nach dem **EOM** sind zwei Linsen eingebaut, um Strahlparameter des Laserstrahls an den des Resonators anzupassen. Anschließend geht der Strahl durch einen **PBS**, der benötigt wird, um den Strahl zum Resonator und den vom Resonator reflektierten Strahl zu separieren. Bevor das Licht in den Resonator eintritt, wird das linear polarisierte Licht mithilfe eines $\lambda/4$ -Wellenplättchens in zirkular polarisiertes Licht gedreht.

Das vom Resonator reflektierte Licht läuft wieder durch das $\lambda/4$ -Wellenplättchen, wobei die Polarisation weiter gedreht wird, sodass es beim Zurücklaufen nicht mehr am **PBS** transmittiert wird, sondern senkrecht auf die **PD** reflektiert wird. Die von der **PD** aufgenommene Intensität dient zur Generierung des **PDH**-Fehlersignals.

Das durch den Resonator transmittierte Licht wird mit einem **BS** aufgeteilt. Ein Teil davon wird auf eine Universal Serial Bus (**USB**)-Webcam reflektiert, um festzustellen zu können, welche Mode im Resonator anschwingt. Der andere Teil geht auf eine **PD**, welche die Intensität der transmittierten Lichts misst. Die **USB**-Webcam ist an einen selbstgebauten, auf einem RaspberryPi basierenden Webcamservers (siehe Anhang **B**) angeschlossen, der es erlaubt, die Moden der verschiedenen Resonatoren in einem Internetbrowser zu betrachten.

3.2.4 Experiment

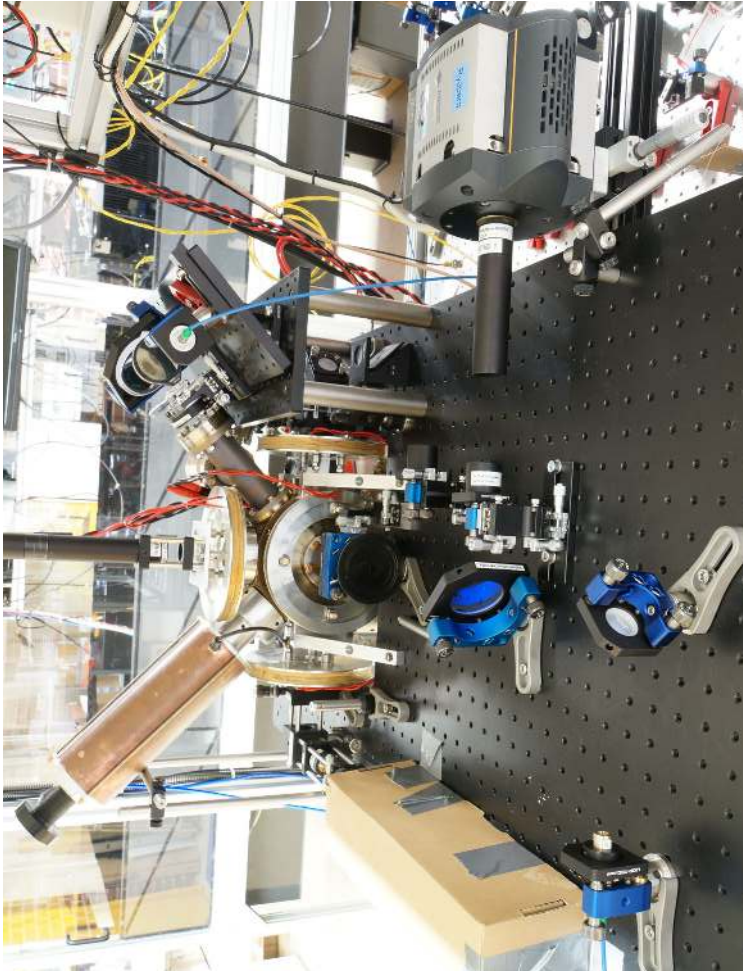
Auf dem Experimenttisch sind der 243 nm **Laser**, der Vordopplungsresonator für den 305 nm **Laser** und Vakuumkammer mit der Ionenfalle untergebracht. Die Vakuumkammer für die Ionenfalle ist auf einem 290 mm erhöhten Basisplatte befestigt. Eine ausführliche Beschreibung der Vakuumkammer und der Ionenfalle ist in [55] zu finden.

Eine Besonderheit in diesem Experiment sind die photonischen Kristallfasern, welche das Ultraviolett (UV)-Licht von den Lasern zur Vakuumkammer in der die Falle eingebaut ist führen. Da beide UV-Laser (243 nm und 308 nm) in der selben Glasfaser geführt werden können, gestaltet sich das Überlappen der beiden Laser nach der Glasfaser sehr einfach. Weiteres zu diesen speziellen Glasfasern ist in [25] nachzulesen.

Es ist zu erwähnen, dass sich der Aufbau im Laufe der Masterarbeit verändert hat. Der hier beschriebene Aufbau ist aktuelle der Stand zum Zeitpunkt des Schreibens. Fotos, die Teile des 674 nm-Aufbaus zeigen, sind in den Abbildungen 3.8a und 3.8b abgebildet.



(a)



(b)

Abbildung 3.8: Fotos des Aufbaus auf dem Experimenttisch. (a) Optischer Aufbau für den Qubitlaser auf dem Experimenttisch. Unten rechts im Bild sind zwei Doppeldurchgangs-AOMs zu sehen. Diese werden zur Spektroskopie benötigt, um das Laserlicht auf Resonanz zu den Ionen zu bringen und die Frequenz des Lichts zu verstümmen. Nach den AOMs werden beide Strahlen in Glasfasern gekoppelt und zur Ionenfalle geführt. Die Vakuumkammer, in der sich die Ionenfalle befindet, ist oben in der Mitte des Bildes zu sehen. (b) Optischer Aufbau vor der Vakuumkammer. Die longitudinale Fallenachse befindet sich im Bild horizontal von links nach rechts. Der Qubitlaser kann aus zwei verschiedenen Richtungen eingestrahlt werden. Die eine Richtung ist senkrecht zur Fallenachse gedreht. Der dafür verwendete Kollimator ist im Vordergrund links zu sehen. Die andere Richtung ist im 45° Winkel zur Fallenachse. Das Licht dafür kommt aus der Faser, die oben Rechts im Bild zu sehen ist.

Eine Doppeldurchgangs-AOM Strecke wurde aufgebaut, um das Laserlicht in Resonanz zu den Ionen zu bringen und die Frequenz des Lichts variieren zu können. Dies ermöglicht es die Frequenz des Qubit-Lasers zu scannen und ein Spektrum des Übergangs aufzunehmen. Später wurde eine zweite Strecke hinzugefügt, da es nützlich ist, den Qubitübergang aus verschiedenen Richtungen relativ zur Fallenachse treiben zu können. Eine schematische Skizze der Doppeldurchgangs-AOM Strecke ist in [Abb. 3.21](#) zu sehen. Nach dem Durchlaufen der AOMs werden die Strahlen in Glasfasern gekoppelt. Die Glasfasern führen das Licht auf die Ebene der Ionenfalle. Eine der Fasern beleuchtet die Ionen aus einer Richtung senkrecht zur Ionenfalle. Die andere Faser liefert das Licht um die Ionen in einem Winkel von 45° zu beleuchten. Dies ist nützlich, da je nach Richtung das Spektrum andere Eigenschaften aufweist (siehe [Kapitel 2](#)).

3.3 Hoch-Finesse-Resonator und gemessene Parameter

3.3.1 Aufbau des Referenzresonators

Das hier verwendete kommerziell erhältliche Hoch-Finesse-Resonatorsystem besteht aus

- dem Resonator¹⁵ der Firma *Advanced Thin Films*, der in [Abb. 3.9](#) zu sehen ist, welcher in
- einer Vakuumkammer¹⁶ von *Stable Laser Systems* eingebaut ist (siehe [Abb. 3.10](#)).

Das Design des Resonators wurde von [Leibrandt et al.](#) entwickelt [40]. Dabei wurde versucht eine möglichst unempfindliche, fest fixierte Resonator-Konfiguration zu finden. Der Resonator wird in einem Winkel von $37,31^\circ$ befestigt, da sich bei diesem Winkel beschleunigende Kräfte über die Halterung nur wenig auf die Länge des Resonator auswirken. Dieser Winkel ist in [Abb. 3.10c](#) zu sehen.

Auf dem aus ULE Glas gefertigten Distanzstück sind die Spiegel durch optische Kontaktierung befestigt. Die Spiegelkonfiguration ist plan-konvex, wobei der konvexe Spiegel einen Krümmungsradius von $r = 500$ mm hat. Bilder des Resonators sind in [Abb. 3.9](#) zu sehen.

ULE Glas wurde in den sechziger Jahren von *Corning Inc.* entwickelt, um Teleskopspiegel zu bauen. Dazu wird ein Glas benötigt, das einen möglichst kleinen Ausdehnungskoeffizienten hat, um temperaturbedingte Verzerrungen in den vom Teleskop aufgenommenen Bildern zu minimieren. Beispielsweise sind die Spiegel des bekannten HUBBLE Weltraumteleskopspiegel aus ULE Glas hergestellt [29]. Diese Temperaturunempfindlichkeit ist natürlich auch für den Bau von optischen Referenzresonatoren von Vorteil. Außerdem besitzt der Ausdehnungskoeffizient von ULE Glas bei einer bestimmten Temperatur einen Nulldurchgang. Somit hat das Distanzstück bei einer bestimmten Temperatur eine minimale Länge. Bei dieser Temperatur wirken sich Temperaturschwankungen am geringsten auf die Länge des Distanzstückes aus. Diese Temperatur T_{opt} wird “null-Ausdehnungs-Temperatur” oder englisch zero expansion point (ZEP) genannt. Es muss jedoch berücksichtigt werden, dass der Resonator aus dem ULE Distanzstück zusammen mit den Spiegel besteht. Die im diesem Resonator verwendeten Spiegel sind nicht aus ULE Glas, sondern aus Quarzglas, welches ein anderes Ausdehnungsverhalten als ULE Glas aufweist. Dadurch verschiebt sich nach [21] die Temperatur T_{opt} ,

¹⁵ATF-6301, Advanced Thin Films Inc.

¹⁶HC-6300, Stable Laser Systems

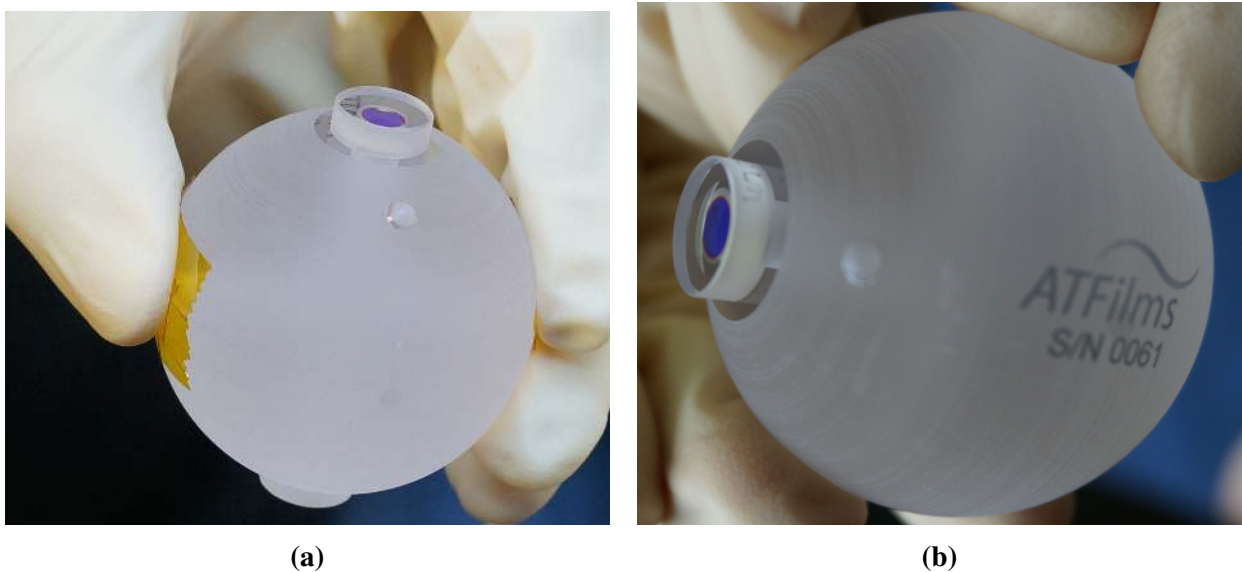


Abbildung 3.9: Fotos des Hoch-Finesse-Resonators. **(a)** Man sieht das ULE Distanzstück (engl. Spacer) mit den optisch kontaktierten Resonator-Spiegeln aus Quarzglas. Der Punkt der unterhalb des oberen Spiegels zu sehen ist, ist die Ausbuchtung zur Befestigung. **(a)** Es ist der von der Firma *Advanced Thin Films* hergestellte ULE Spacer mit Seriennummer 61 abgebildet.

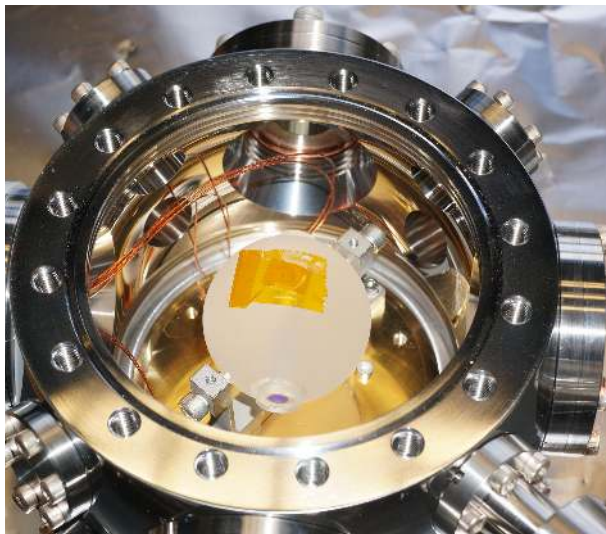
da zwischen Quarzglas und ULE Glas, eine Spannung entsteht. Beide Spiegel sind mit einer Antirefleksionsbeschichtung versehen. Auch die Spiegelbeschichtung beeinflusst den Gesamtausdehnungskoeffizienten des Resonators [21].

Laut Angebot haben die Innenseiten der beiden Spiegel, nach Standard *MIL-PRF-13830B*, eine sehr hohe Oberflächenqualität von 10 – 5 und die beiden Außenseiten eine Oberflächenqualität von 20 – 10. Dabei ist die erste Zahl ein Mass für die Helligkeit der Kratzer auf der beleuchteten Optik und die zweite Zahl gibt den Durchmesser der größten Dellen in Zehntel mm an [14]. Die im Angebot garantierte Finesse von über 250000 konnte mit aktuellen Messungen (siehe 3.3.4) nicht bestätigt werden.

Bilder der Vakuumkammer sind in den Abbildungen 3.10 dargestellt. Der Druck in der Vakuumkammer betrug zuletzt $2 \cdot 10^{-8}$ Torr. Im Inneren der Vakuumkammer befindet sich ein goldbeschichtetes Hitzeschild. Dieses soll den Resonator vor der Wärmestrahlung der Umgebung in der Vakuumkammer isolieren. Unterhalb des Hitzeschildes sind Peltierelemente¹⁷ angebracht, die die Temperatur des Hitzeschildes aktiv regeln. Die 10 k Ω Thermistoren¹⁸ zum Messen der Temperatur des Hitzeschildes sind, wie in Abb. 3.10d zu sehen, in der Bodenplatte des Hitzeschildes nahe der Halterung des Resonators eingelassen. Außen an der Vakuumkammer befindet sich ein Sub-D Stecker (siehe Abb. 3.10a und 3.10b), mit dem die Thermistoren sowie die Peltierelemente verbunden sind.

¹⁷HP-127-1.0-1.3-71R, TE Technology

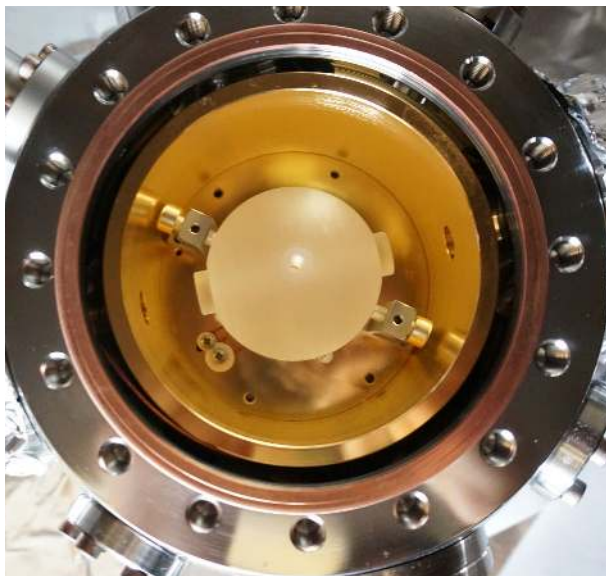
¹⁸MC65F103B, General Electric



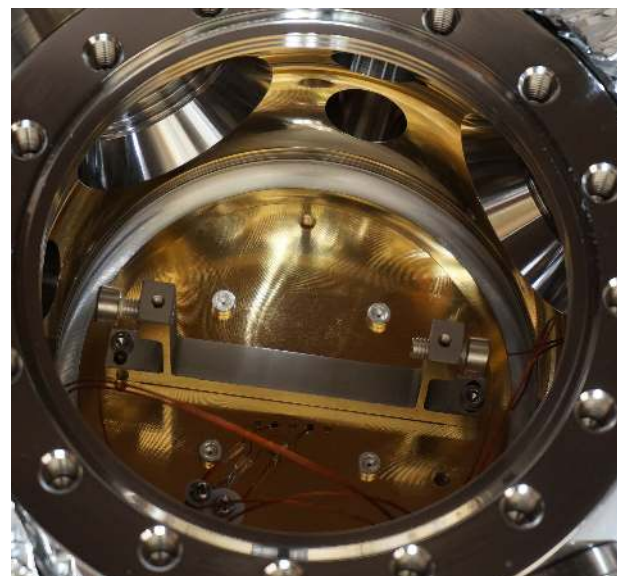
(a) Vakuumkammer mit eingebautem Resonator. Unter dem Resonator ist in Gold ein Teil des Hitzschildes zu sehen, das innerhalb der Kammer um den Resonator eingebaut wird um die Temperaturisolierung zu verbessern. Links im Bild sieht man die Kabel die an die D-Sub Kabeldurchführung angeschlossen sind.



(b) Verschlossene Vakuumkammer. Am linken Flansch ist der D-Sub-9-Stecker erkennbar über den die Peltierelemente sowie die Thermistoren angeschlossen werden. Oben im Hintergrund ist als schwarze Kiste die Ionen-Getter-Pumpe erkennbar. Rechts im Bild ist das Ventil zu sehen über das die Kammer ausgepumpt werden kann.



(c) Vakuumkammer mit eingebauten Hitzschild und Hoch-Finesse-Resonator. Die Peltier-Elemente sind unterhalb des Hitzschildes angebracht und mit dem Boden der Vakuumkammer verbunden. Die Kabel für die Thermistoren werden von unten in das Innere des Hitzschildes geführt. Der Resonator ist nach [40] unter einem Winkel von $37,31^\circ$ befestigt.



(d) Vakuumkammer ohne Hitzschild und ohne Resonator. Unterhalb der Halterung für den Resonator sind Bohrungen zu sehen in die die Thermistoren eingelassen sind.

Abbildung 3.10: Fotos des Resonators und dessen Vakuumkammer

3.3.2 Pound-Drever-Hall Signal

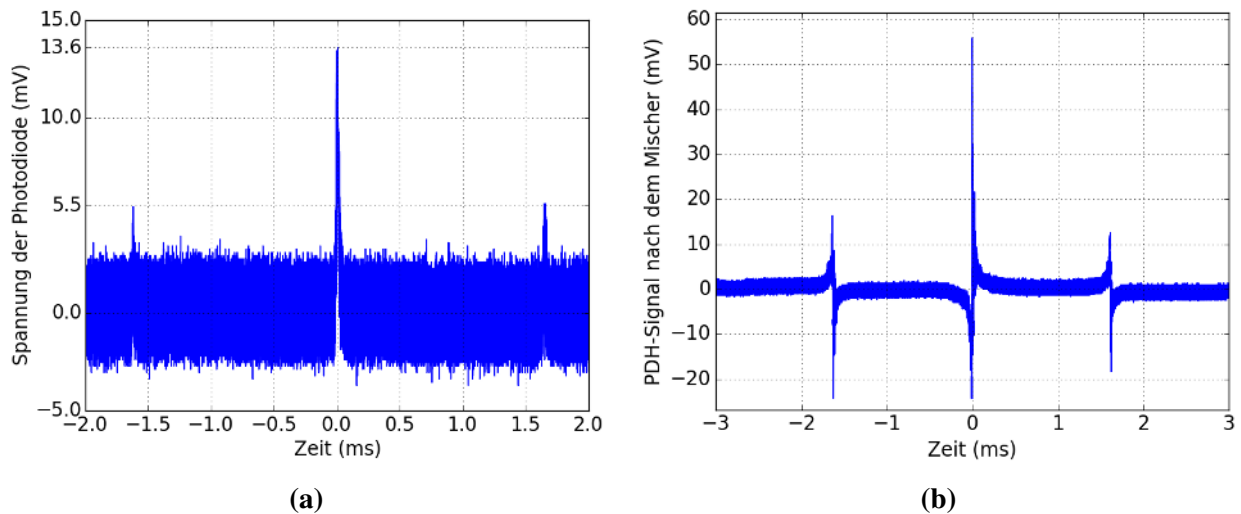


Abbildung 3.11: (a) Transmissions- und (b) PDH-Signal des Hoch-Finesse-Resonators. (a) Das Transmissions-Signal, wurde mit einer Photodiode nach dem Hoch-Finesse-Resonator gemessen. (b) Der Laser mit Seitenbändern bei ± 10 MHz wurde innerhalb weniger ms über die Resonanz gescannt.

In Abb. 3.11 sind das Transmissions-Signal und das PDH-Signal des Hoch-Finesse-Resonators dargestellt. Die Einkopplungseffizienz in den Resonator beträgt, gemessen über den Dip im Reflexionssignal, etwa 15 %. Wenn man die Transmissionsspitze genauer betrachtet (siehe Abb. 3.12), sieht man Oszillationen mit etwa 115 kHz im Transmissionssignal. Diese Oszillationen kommen vermutlich von Interferenzen zwischen dem im Resonator gespeicherten Lichts mit dem gescannten Laser-Licht, wie es bereits von anderen Forschern beobachtet wurde [1, 54]. Voraussetzung um diese Interferenzen zu sehen, ist, dass der Laser schnell genug abgescannt wird. Nur dann bleibt das Licht im HFR lange genug gespeichert um mit dem beim Scannen verstimmteten Laser interferieren zu können. Die in Abschnitt 3.3.4 beschriebene Halbwertszeit τ beträgt etwa $12 \mu\text{s}$. Der Scan über die Resonanz dauert etwa $20 \mu\text{s}$ und ist somit vergleichbar zur Halbwertszeit des Lichts. Interferenzen mit dem gescannten Laser-Licht sind also durchaus möglich.

Wenn die Laserstabilisierung eingeschaltet ist, versucht der PID-Regler das PDH-Signal (siehe Abb. 3.11b) auf null zu regeln. Aus dem PDH-Signal des stabilisierten Lasers lassen sich Informationen über die Linienbreite des Lasers gewinnen. Jedoch muss die Zeitachse geeicht werden, um damit eine quantitative Aussage treffen zu können. Die Eichung kann mithilfe der Seitenbänder durchgeführt werden, deren Frequenz bekannt ist. Beim HFR ist diese Methode jedoch aufgrund der kleinen Linienbreite zu ungenau und wird deshalb nicht verwendet.

Trotzdem ist es interessant das Spektrum des Rauschens zu betrachten, um evtl. auf die Ursachen des Rauschens schließen zu können. Dazu ist in Abb. 3.13 die Fouriertransformation des PDH-Signals während der Stabilisierung dargestellt.

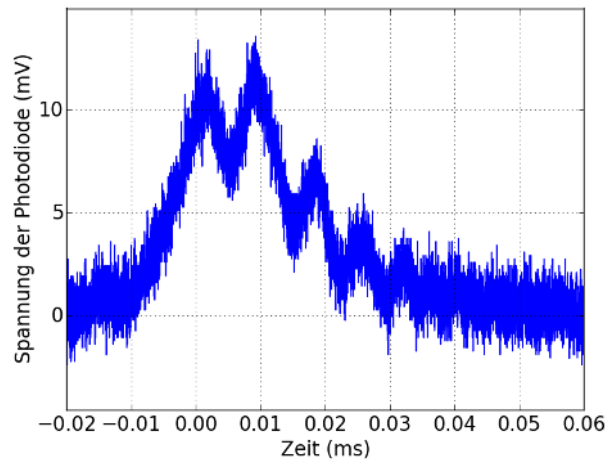


Abbildung 3.12: Zoom der Transmissionsspitze. Man sieht Oszillationen im Transmissionssignal, die vermutlich von der Interferenz des im Resonator gespeicherten Lichts mit dem gescannten Laserlicht kommen.

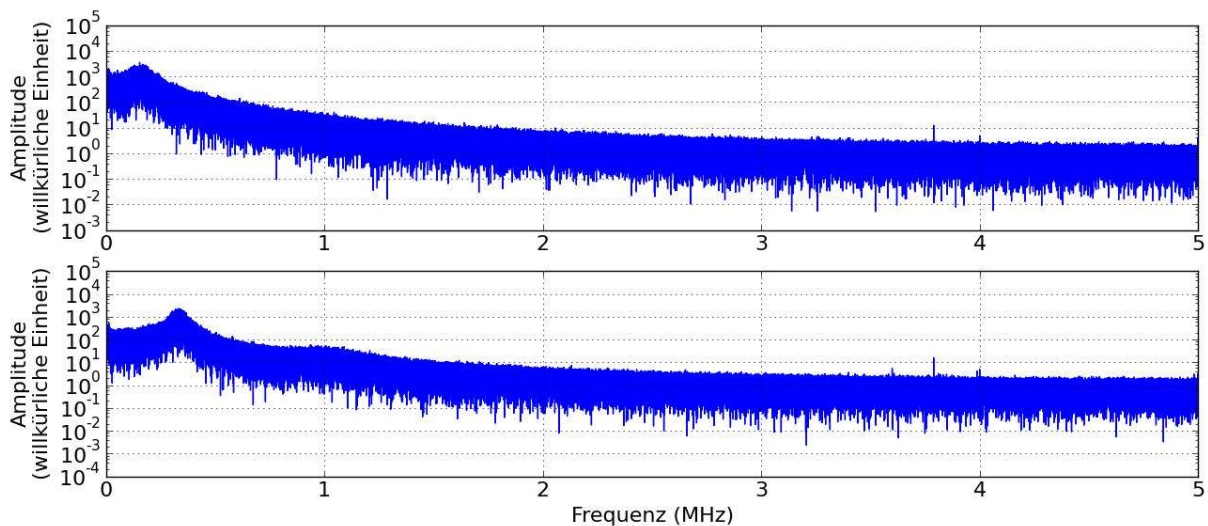


Abbildung 3.13: Fouriertransformation des PDH-Signals bei stabilisiertem Laser. (**oben**) Stabilisierung mit geringer Gesamtverstärkung des PID-Reglers. (**unten**) Stabilisierung mit hoher Gesamtverstärkung des PID-Reglers.

3.3.3 Freier Spektralbereich

Der freie Spektralbereich wurde mit Hilfe eines Wellenlängenmessgeräts¹⁹ bestimmt. Dazu wurde der Laser auf eine der TEM₀₀-Moden stabilisiert und die Wellenlänge des Lasers wurde gemessen. Danach wurde der Laser auf eine neue TEM₀₀-Mode stabilisiert und wieder die Wellenlänge des Lasers bestimmt. Auf diese Weise wurden die Wellenlängen von vier TEM₀₀-Moden bestimmt, die in Abb. 3.14 dargestellt sind. Aus der Steigung der Geraden lässt sich der freie Spektralbereich ν_{FSR} bestimmen.

$$\nu_{\text{FSR}} = (3,1455 \pm 0,0021) \text{ GHz} \quad (3.1)$$

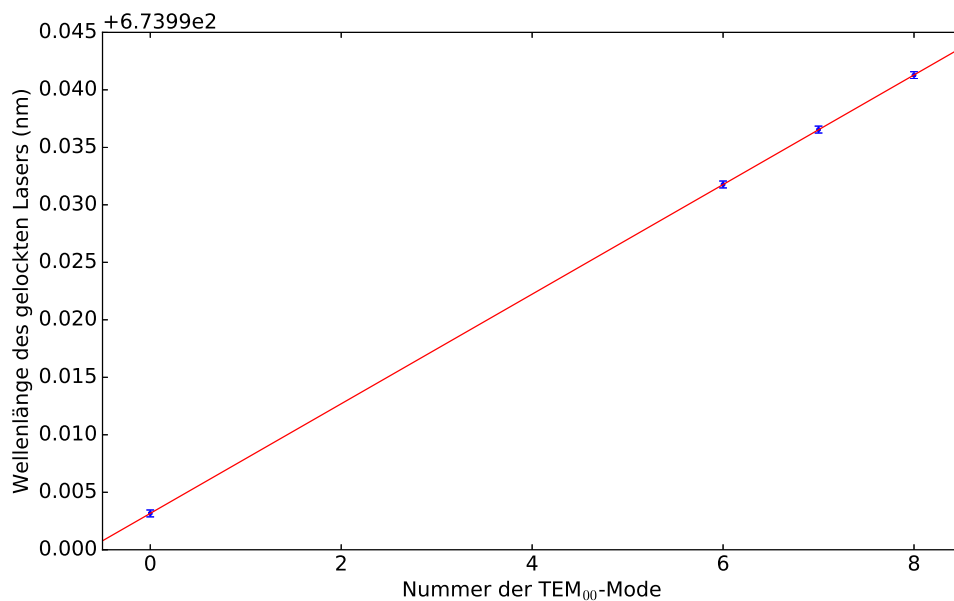


Abbildung 3.14: Wellenlänge verschiedener TEM₀₀-Moden des Hoch-Finesse-Resonators.

Der in Gleichung (3.1) angegebene Fehler entspricht der Standardabweichung der Regressionsgeraden in Abb. 3.14.

Mithilfe des freien Spektralbereichs lässt sich die Länge l des Resonators berechnen. Der Fehler wurde mit Fehlerfortpflanzung aus dem in 3.1 angegebenen Fehler berechnet. Berücksichtigt man den Krümmungsradius $r = 500 \text{ mm}$ des einen Spiegels, dann sollte der Resonator etwa $40 \mu\text{m}$ länger sein als das Distanzstück selbst. Der gemessene Wert für die Länge des Resonators l stimmt somit im Rahmen der Messgenauigkeit mit dem vom Hersteller²⁰ für das Distanzstück zertifizierten (siehe Anhang F) Wert $47,635 \text{ mm}$ überein.

$$l = (47,65 \pm 0,04) \text{ mm} \quad (3.2)$$

3.3.4 Finesse des Resonators

Zur Bestimmung der Finesse des Hoch-Finesse-Resonator, wurden 21 sogenannte “Cavity Ring-down” Messungen durchgeführt. Eine dieser Messungen ist in Abb. 3.15 dargestellt. Dabei wur-

¹⁹WS6-200, HighFinesse Laser and Electronics Systems

²⁰Stable Laser Systems

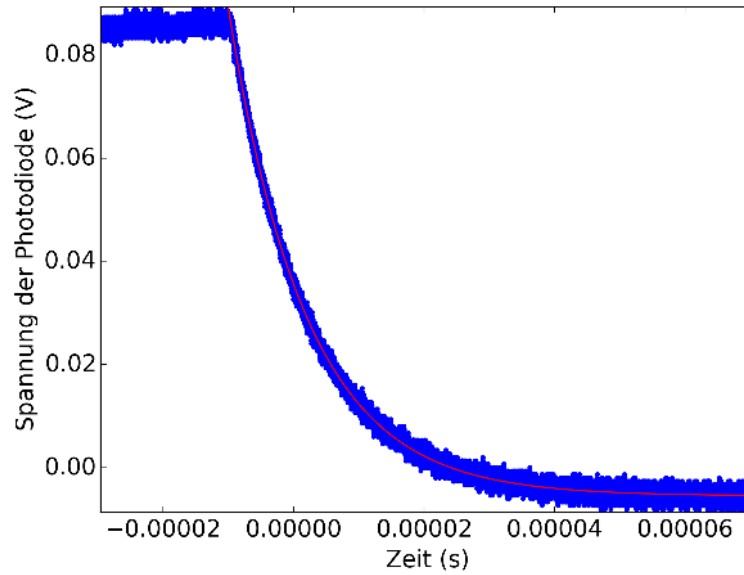


Abbildung 3.15: Eine der “cavity Ring-down” Messungen zur Bestimmung der Abklingzeit des Lichts im Resonator. Die Messpunkte sind in blau und die Regressionskurve (exponentieller Zerfall) in rot dargestellt.

de der [Laser](#) zu einer TEM_{00} -Mode stabilisiert und anschließend wurde einer der [AOMs](#) ausgeschaltet, wodurch der Strahl zum Resonator unterbrochen wird. Die Zeit bis das Licht im Resonator abklingt, wurde auf einer Fotodiode in Transmission gemessen. Wie in [Abschnitt 2.2.1](#) besprochen, lässt sich aus der Halbwertszeit τ die Linienbreite $\delta\nu$ und damit die Finesse \mathcal{F} bestimmen.

$$\tau = (12,07 \pm 0,04) \mu\text{s} \quad (3.3)$$

$$\delta\nu = (13190 \pm 400) \text{ Hz} \quad (3.4)$$

$$\mathcal{F} = 238400 \pm 800 \quad (3.5)$$

Die angegebenen Werte entsprechen den Mittelwerten und die Fehler der Standardabweichung aus den 21 Messungen.

3.3.5 Linienbreite

Der zuverlässigste Wert für die Linienbreite des stabilisierten [Lasers](#) $\Delta\nu_{\text{Laser}}$ der bisher von uns für diesen [Laser](#) gemessen wurde, wurde aus dem hochauflösenden Spektrum eines Qubitübergangs gewonnen. Die natürliche Linienbreite dieses Übergangs ist unter 1 Hz [5]. Für den Laser erwarten wir aktuell eine Linienbreite in der Größenordnung von mindestens 100 Hz. Deshalb kann die Linienbreite des Qubitübergangs genutzt werden um die Linienbreite des Laser abzuschätzen.

Es ist jedoch zu beachten, dass die Verbreiterung der Qubitresonanz nicht alleine durch die Linienbreite des Lasers hervorgerufen wird. Auch andere Effekte wie beispielsweise Verbreiterung durch die Fluktuationen des Magnetfeldes spielen eine Rolle.

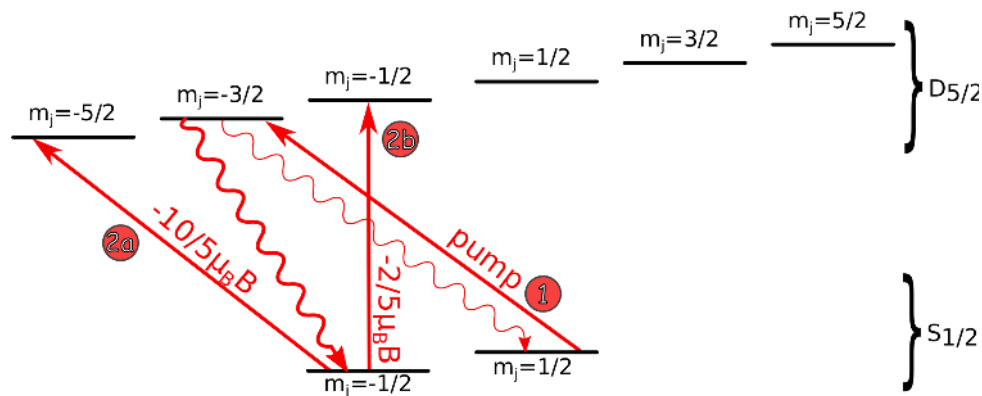


Abbildung 3.16: Übergänge für welche für die Messung des schmalbandiges Spektrums benötigt werden. Zunächst wurde ein auf das Magnetfeld sehr empfindlicher Übergang getrieben (2a). Anschließend wurde ein weniger empfindlicher Übergang verwendet.

Die Übergänge, die für die Spektren verwendet wurden, sind in [Abb. 3.16](#) eingezeichnet. Zunächst wurde, wie in [Abschnitt 4.4](#) beschrieben, die Population optisch in den $m_j = -\frac{1}{2}$ Grundzustand gepumpt. Danach wurde der Qubitlaser eingestrahlt. Anfangs wurde der auf das Magnetfeld empfindlichere Übergang $m_j = -\frac{1}{2} \rightarrow m_j = -\frac{5}{2}$ getrieben. In [Abb. 3.16](#) ist dieser Schritt mit 2a bezeichnet. Anschließend wurde der relativ unempfindliche Übergang $m_j = -\frac{1}{2} \rightarrow m_j = -\frac{1}{2}$ verwendet.

In [Abb. 3.17](#) sind Spektrallinien mit Verbreiterungen gezeigt. Zur Bestimmung der Linienbreiten wurde eine Gaußkurve an die gemessenen Daten angepasst und daraus die Linienbreite abgelesen.

Die Linienbreite des, in [Abb. 3.17a](#) gezeigten, Spektrums ist durch das Magnetfeld limitiert, da der hier verwendete $m_j = -\frac{1}{2} \rightarrow m_j = -\frac{5}{2}$ Übergang sehr empfindlich auf das Magnetfeld ist. Später wurde der weniger empfindliche Übergang verwendet, der eine geringere Linienbreite aufwies. Daraus kann geschlossen werden, dass die Linienbreite bei diesem Spektrum durch das Magnetfeldrauschen limitiert ist. Zum Zeitpunkt dieser Messungen wurden noch keine speziellen Spulenstromtreiber verwendet. Die Spulen wurden lediglich mit Labornetzteilen betrieben.

[Abb. 3.17b](#) zeigt ein Spektrum bei dem ein sehr kurzer Anregungspuls von $T = 200 \mu\text{s}$ verwendet wurde. Bei solch kurzen Pulsen kommt es zu einer Fourier-Verbreiterung. Aufgrund der kurzen Dauer des Pulses enthält der Lichtpuls nicht nur eine Frequenz sondern ist entsprechend der Fouriertransformation des zeitlichen Verlaufs des Pulses spektral verbreitert. Die genaue Form des Lichtpulses ist nicht bekannt, kann jedoch durch einen Rechteck-Puls angenähert werden. Die Fouriertransformation einer Rechteckfunktion ist die Sinc-Funktion. Die ersten Minima dieser Sinc-Funktion haben einen Abstand von $\frac{1}{T}$, wobei T die Dauer des Rechteckpulses ist. Daher kann die Fourier-Verbreiterung durch $\Delta\nu_{\text{Fourier}} = \frac{1}{T}$ abgeschätzt werden. Die Pulsdauer des in [Abb. 3.17b](#) gezeigten Spektrums betrug $200 \mu\text{s}$, Es wird also eine spektrale Fourierverbreiterung $\Delta\nu_{\text{Fourier}} = \frac{1}{T}$ von zirka 5 kHz erwartet.

[Abb. 3.18](#) zeigt die bisher schmalste gemessene Linie am Experiment von etwa 1 kHz Linienbreite (FWHM). Es wurde der auf das Magnetfeld relativ unempfindliche Übergang $m_j = -\frac{1}{2} \rightarrow m_j = -\frac{1}{2}$ benutzt. Die Energieverschiebung durch den Zeemaneffekt beträgt bei diesem Übergang $-\frac{2}{5} \mu_B B$. Diese Messung wird verwendet um eine obere Grenze für die

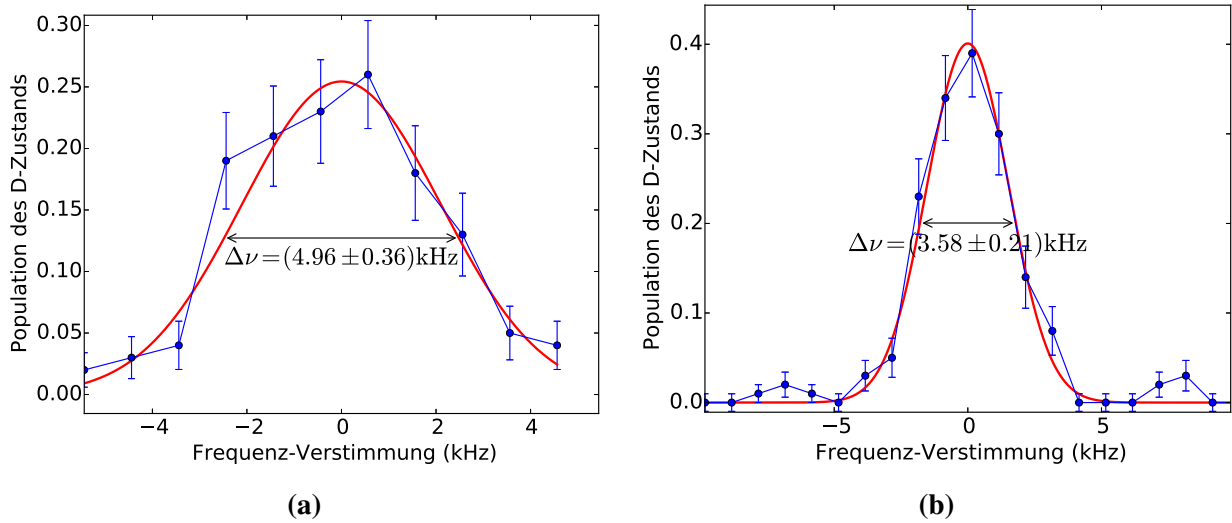


Abbildung 3.17: Übergänge mit verschiedenen Verbreiterungen. Es sind jeweils die FWHM-Linienbreiten angegeben. In (a) ist die Linienbreite durch das Magnetfeld limitiert. Es wurde der auf das Magnetfeld sehr empfindliche Übergang $m_j = -\frac{1}{2} \rightarrow m_j = -\frac{5}{2}$ getrieben. Die Pulsdauer betrug $800 \mu\text{s}$. In (b) ist die Linienbreite durch die Fourierverbreiterung limitiert. Es wurde ein auf das Magnetfeld weniger empfindlicher Übergang $m_j = -\frac{1}{2} \rightarrow m_j = -\frac{1}{2}$ getrieben. Am linken und rechten Rand der Resonanz erkennt man, in den gemessenen Daten, die Nebenmaxima der Sincfunktion. Die Pulsdauer betrug $200 \mu\text{s}$.

Linienbreite des Lasers abzuschätzen. In Anhang C wurde der Strom durch die Spulen gemessen, um dadurch auf den durch das Magnetfeld bedingte Linienverbreiterung zu schließen. Für den hier verwendeten Übergang erwarten wir entsprechend, den Messungen des Spulenstroms, eine Verbreiterung von zirka 100 Hz. Diese Messung würde für den Empfindlichen $m_j = -\frac{1}{2} \rightarrow m_j = -\frac{5}{2}$ Übergang eine Verbreiterung von 500 Hz ergeben. Gemessen wurde, für diesen Übergang, jedoch eine Linienbreite von knapp 5 kHz. Das Verhältnis der Linienbreite von 1 : 5 deutet darauf hin, dass die Verbreiterung hauptsächlich von Magnetfeldfluktuationen verursacht wird. Nichtsdesotrotz muss der Beitrag des Magnetfelds mindestens im Bereich von 100 Hz liegen.

Somit sollte die Linienbreite des Lasers im Bereich von einigen 100 Hz liegen. Wenn man berücksichtigt, dass unter anderem die Temperaturstabilität des Hoch-Finesse-Resonator in Zukunft verbessert wird, ist die aktuell gemessene Linienbreite ein vielversprechendes Ergebnis.

3.3.6 Kalibrierung des Temperatursensors

Im Temperaturregler²¹ für die Vakuumkammer des Hoch-Finesse-Resonators sind bestimmte Thermistorenkurven eingespeichert. Für den in der Vakuumkammer verbauten Typ F Thermistor ist keine Kurve vorprogrammiert. Jedoch besteht die Möglichkeit die A,B,C beziehungsweise die a_1, a_2, a_3 Koeffizienten der Steinhart-Hart-Gleichung [67]

$$\frac{1}{T} = \sum_{i=0}^{\infty} a_i \ln^i(R)$$

²¹PTC10, SRS

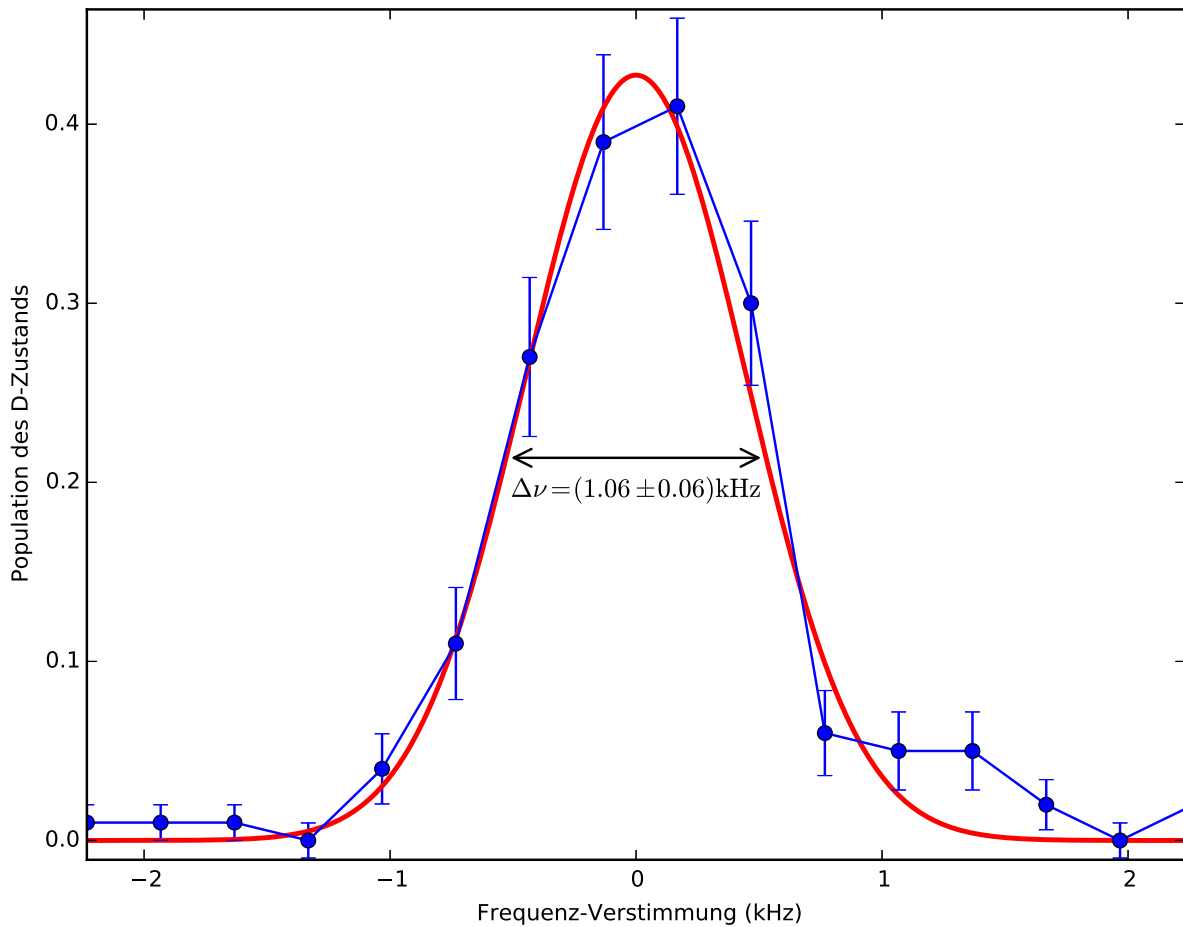


Abbildung 3.18: Schmalste gemessene Qubitresonanz von etwa 1 kHz (FWHM). Die Linienbreite dient als obere Grenze für die Linienbreite des Lasers. Es wurde der $m_j = -\frac{1}{2} \rightarrow m_j = -\frac{1}{2}$ Übergang getrieben mit einer Pulsdauer von 2000 μs (entsprechend 500 Hz Fourierlimitierter Linienbreite).

im Temperaturkontroller einzugeben.

Um die im Datenblatt des Thermistors angegeben vier Steinhart-Hart-Koeffizienten an die drei im Temperaturcontroller einprogrammierten Stein-Hart-Koeffizienten anzupassen wurde ein Python-Skript erstellt, das Datenpunkte aus der vier Koeffizienten Steinhart-Gleichung erstellt und die Gleichung mit drei Koeffizienten darauf angepasst. Die Koeffizienten daraus sind:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= (1,11135 \pm 0,00009) \cdot 10^{-3} \\
 a_2 &= (2,371000 \pm 0,000013) \cdot 10^{-4} \\
 a_3 &= (7,5338 \pm 0,0005) \cdot 10^{-8}
 \end{aligned}$$

Die angegeben Fehler sind die bei der Funktionsanpassung erhaltenen Standardabweichungen.

3.3.7 Temperaturstabilität der Hoch-Finesse Resonator

Bisher ist der Hoch-Finesse-Resonator lediglich über die Peltierelemente in der Vakuumkammer temperaturstabilisiert. Provisorisch wurde außerdem ein Vorhang um die Antivibrations-

plattform gehängt, der die Luft der Laborklimaanlage direkt zum Aufbau leitet. Langfristig soll der gesamte Aufbau um den HFR herum in einer Holzkiste plaziert werden. Die Innentemperatur der Holzkiste soll dann ebenfalls temperaturstabilisiert werden, wie es auch in anderen Experimenten üblich ist (vergleiche [64, 15, 56])

In Abb. 3.19 ist eine Langzeitmessung der Temperatur innerhalb und außerhalb der Vakuumkammer des Hoch-Finesse-Resonators gezeigt. Die Standardabweichung der Temperatur außerhalb der Vakuumkammer ist etwa 590 mal höher als die Standardabweichung innerhalb der Vakuumkammer. Die Anwesenheit von Personen im Labor ist in Abb. 3.19 deutlich erkenn-

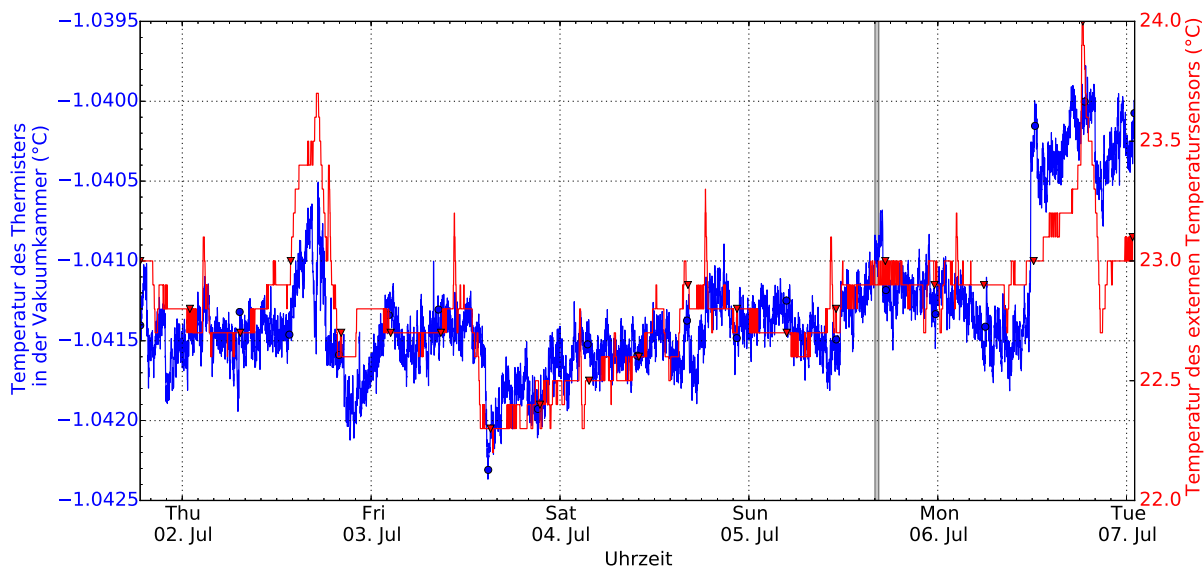


Abbildung 3.19: Temperaturstabilität des Hoch-Finesse-Resonators. Die Temperatur in der Vakuumkammer ist auf der linken Seite und die Temperatur des externen Temperatursensors ist auf der rechten Seite abzulesen. Die Hilfsteilstriche auf der Zeit-Achse markieren alle geraden Stunden.

bar. Donnerstag waren Personen im Labor anwesend. Von Freitag bis Dienstag blieb das Labor leer, was eine stabilere Temperatur zur Folge hat. Ab Dienstag war wieder Betrieb im Labor. Die Temperatur steigt ab zirka 11 Uhr deutlich an und fällt Abends bei verlassen des Labors wieder ab.

In Abb. 3.19 ist ein 30 min Zeitfenster in grau eingezeichnet. Die Standardabweichung $\Delta T_{30 \text{ min}}$ der HFR-Temperatur in diesem Zeitfenster beträgt:

$$\sigma_{T_{30 \text{ min}}} = 6,154 \cdot 10^{-5} \text{ K} \quad (3.6)$$

Dieser Wert wird verwendet, um die durch die Temperaturschwankungen bedingte Linienverbreiterung $\Delta \nu_{\text{Temperatur}}$ in Abschnitt 3.3.8 abzuschätzen. Während der gesamten Messung betrug der Sollwert der Temperatur im Inneren der Vakuumkammer $-1 \text{ }^\circ\text{C}$.

3.3.8 Nulldurchgang der thermischen Ausdehnung (zero-expansion-point)

Der sogenannte zero expansion point (ZEP) ist die Temperatur T_{opt} , bei der der Wärmeausdehnungskoeffizient (englisch coefficient of thermal expansion (CTE)) des Resonators einen

Nulldurchgang hat. Ziel ist es den Resonator auf diese Temperatur zu stabilisieren, damit sich Temperaturschwankungen möglichst wenig auf die Länge des Resonators auswirken.

Diese Temperatur wird üblicherweise bestimmt, indem ein stabilisierter **Laser** als Referenz verwendet wird. Dann wird mit einer **PD** die Schwebungsfrequenz zwischen dem betrachteten **Laser** und dem Referenzlaser gemessen (siehe beispielsweise [56, 15, 34]). Somit kann die Länge des Resonators bzw. die Resonanzfrequenz in Abhängigkeit der Temperatur genau bestimmt werden.

Allerdings ist der hier beschriebene **Laser** der bisher einzige stabilisierte **Laser** bei 674 nm in Innsbruck. Ein Experiment, das ebenfalls Strontium verwendet ist im Aufbau. Jedoch war der **Laser** zum Zeitpunkt der Masterarbeit noch nicht einsatzbereit. Deshalb musste eine andere Referenz für die Frequenz des **Lasers** verwendet werden.

Anfangs wurde erfolglos versucht den **ZEP** mithilfe des Wavemeters zu bestimmen. Jedoch sollten wir später herausfinden, dass der **ZEP** weit außerhalb des erwarteten Bereichs lag. Dies erklärt wieso der **ZEP** bei den Messungen mit dem Wavemeter nicht gefunden wurde.

Die ultimative Referenz sind die Strontium-Ionen selbst. Zur Charakterisierung des **ZEP** werden deshalb die Qubitübergänge der Strontiumionen verwendet.

Der **ZEP** kann mithilfe der Ionen zu bestimmen werden. Dazu wird der Hoch-Finesse-Resonator auf eine bestimmte Temperatur stabilisiert und anschließend wird der stabilisierte **Laser** mithilfe der in **Abb. 3.2** eingezeichneten **AOMs** 1 bis 4 auf Resonanz zu den Ionen gebracht. Dazu müssen teilweise **AOMs** abgeschaltet werden, oder der **Laser** auf die nächst höhere Resonatormode stabilisiert werden und die Ordnung der **AOMs** umgekehrt werden. Dann wird ein Spektrum wie beispielsweise in **Abb. 4.9a** aufgenommen. Aus den beiden äußeren und den beiden inneren Peaks wird jeweils das Zentrum der Resonanz bestimmt.

Anschließend wird im Temperaturregler für den Hoch-Finesse-Resonator eine neue Temperatur eingestellt und die Resonanzen werden erneut bestimmt. Das Ergebnis dieser Messungen ist in **Abb. 3.20** abgebildet. Aus der parabolischen Ausgleichsfunktion $-c \cdot (x - a)^2 + b$ kann die Temperatur des Extremums abgelesen werden. Der **ZEP** liegt bei

$$\begin{aligned} T_{\text{opt}} &= a = (-26,0 \pm 0,6) \text{ } ^\circ\text{C} \\ b &= (2262 \pm 8) \text{ MHz} \\ c &= (0,352 \pm 0,006) \frac{\text{MHz}}{\text{K}} \end{aligned}$$

Momentan gibt es noch keine Box um den Hoch-Finesse-Resonator. Deshalb wurde der Temperatur-Sollwert des Resonators im Laborbetrieb für den auf minimal $-1 \text{ } ^\circ\text{C}$ eingestellt, damit das Temperaturunterschied zwischen Resonator und Raumtemperatur auf Dauer nicht zu groß ist. Aus der in **Abbildung 3.13** eingezeichneten Regressionskurve ergibt sich bei einer Temperatur von $-1 \text{ } ^\circ\text{C}$ eine Steigung m von

$$m = (-17,6 \pm 0,5) \frac{\text{MHz}}{\text{K}}. \quad (3.7)$$

Daraus lässt sich, mithilfe der Temperaturmessungen in **Abschnitt 3.3.7**, die Linienverbreiterung des **Lasers** durch die Temperaturschwankungen $\nu_{\text{Temperatur}}$ grob abschätzen zu

$$\Delta\nu_{\text{Temperatur}} = (1,08 \pm 0,04) \text{ kHz}. \quad (3.8)$$

Der Fehler wurde mit Fehlerfortpflanzung aus dem in **Gleichung (3.7)** angegebenen Fehler berechnet. Es muss jedoch berücksichtigt werden, dass die in **Abb. 3.19** gezeigten Temperaturschwankungen am Thermistor gemessen wurden. Die tatsächlichen Temperaturschwankungen

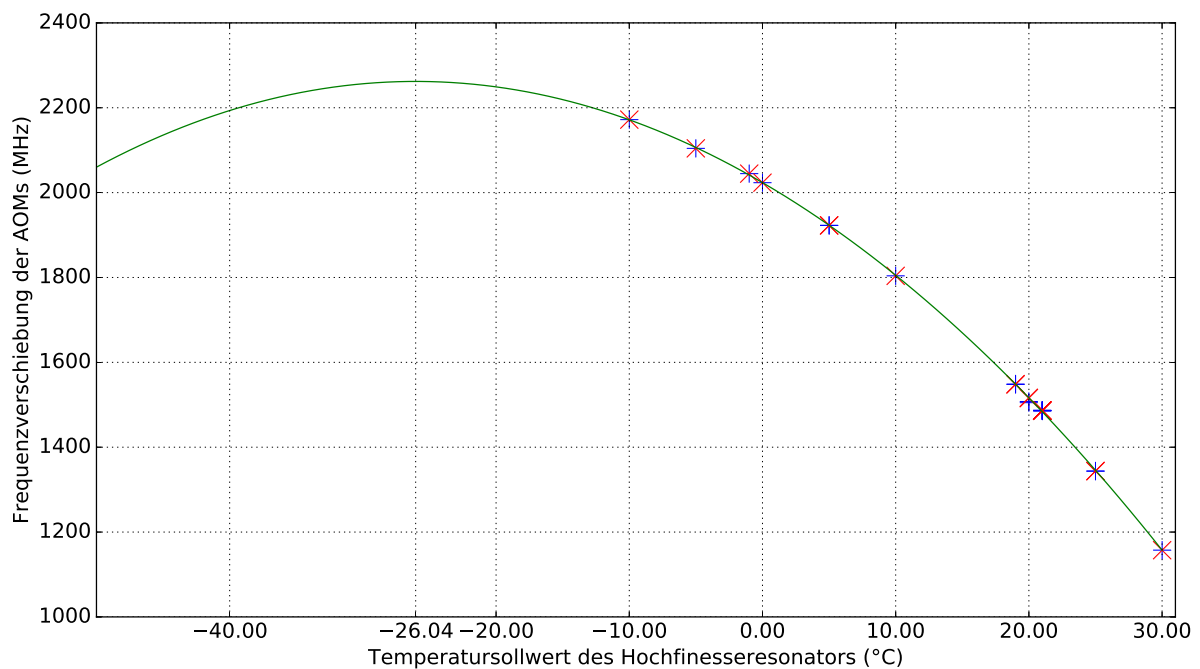


Abbildung 3.20: Messung zur Bestimmung des **ZEP**. Die mit blauen Kreuzen eingezeichneten Punkte sind die aus den äußeren Resonanzen bestimmten Zentren. Die mit roten Kreuzen eingezeichneten Punkte sind die aus den inneren beiden Resonanzen bestimmten Zentren. In Grün ist eine parabolische Ausgleichsfunktion eingezeichnet. Die Funktion wurde an die Durchschnitte der beiden verschiedenen Messpunkte angepasst.

des Resonators können nicht direkt gemessen werden. Allerdings sollten diese kleiner sein als die Temperaturschwankungen des Thermistors, da der Resonator über seine Aufhängung noch gegen die Umgebung isoliert ist. Verglichen mit dem Thermistormesskopf reagiert die Temperatur des Resonators dadurch sozusagen tiefpassgefiltert.

3.4 Intensitätsstabilisierung

Für das Experiment ist es oft von Vorteil und manchmal auch essentiell, eine stabile Intensität des Laserlichts zu gewährleisten. Die Intensität kann mit einer Photodiode gemessen werden und diese kann dann wie üblich mit einem **PID** Regler stabilisiert werden. Für das Experiment ist es nötig den Strahl sehr schnell ($\ll 1 \mu\text{s}$) an- und ausschalten zu können. Dabei muss die Regelung angehalten werden können und der Regler muss den zuletzt ermittelten Wert halten. In analogen **PID** Reglern wird dieser Wert mittels einer analogen Spannung in einem Kondensator gespeichert. Dieser Kondensator verliert im Laufe der Zeit aber langsam seine Spannung. Deshalb ist es günstig, hier auf digitale **PID** Reglern zurückzugreifen.

Ein günstiger und universell einsetzbarer digitaler **PID** Regler kam mit dem durch eine Kickstarter Kampagne finanzierten Red Pitaya (**RP**) vor etwa einem Jahr auf den Markt. Weiteres zum **RP** "open-source instrument" ist im Anhang **A** zu finden.

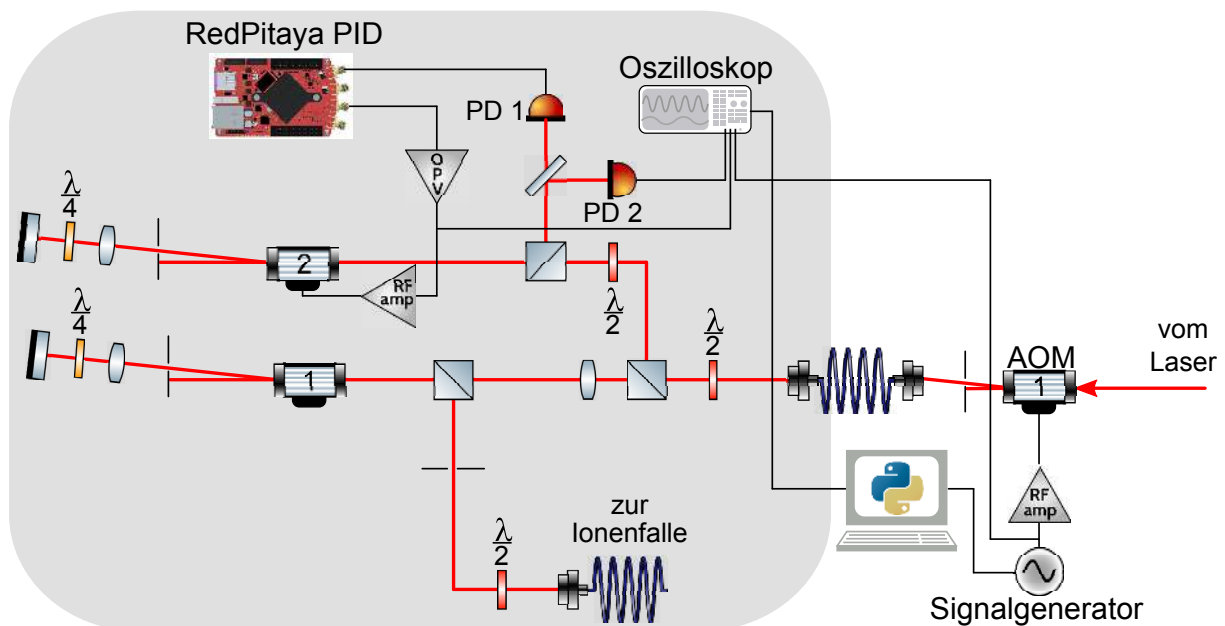


Abbildung 3.21: Versuchsaufbau zur Charakterisierung der Intensitätsstabilisierung. **PD 1** wurde als Regelgröße verwendet. **PD 2** wurde verwendet um die Intensität außerhalb der Regelschleife zu messen.

Im Folgenden wird nun die mithilfe eines **RP-PID** Reglern realisierten Intensitätsstabilisierung charakterisiert. In **Abb. 3.21** ist der Versuchsaufbau dargestellt. Mit einem Signalgenerator²² wurde über den **AOM 1** die Intensität des Laserstrahls moduliert. Genauer gesagt wurde die analoge Abschwächung des **RF-Verstärkers**²³ genutzt, um die Intensität sinusförmig zu

²²DG1022, Rigol

²³Eigenbau der Universität Innsbruck

modulieren. Das Modulationssignal des Signalgenerators wurde aufgespalten und mit einem Oszilloskop (**Oszi**) gespeichert (**dunkelblau** in **Abb. 3.22**).

Zur Stabilisierung der Intensität wurde auf dem Experimenttisch ein weiterer Doppelpass **AOM** hinzugefügt. Dieser wird später genutzt, um Licht zu modulieren, das die Ionen aus einer anderen Richtung beleuchtet, wie in **Abschnitt 3.2.4** beschrieben.

Nachdem der Strahl durch den Doppelpass **AOM** gelaufen ist, wird er durch einen **PBS** vom einlaufenden Strahl getrennt. Nach dem **PBS** wird der Strahl mithilfe eines **BS** in zwei Strahlen aufgeteilt und beide Strahlen werden auf die **PDn** geschickt, um die Intensität zu messen. Das Signal von **PD 1** wird zur Regelung in den **RP** geschickt. **PD 2** dient zur Messung der Intensität außerhalb der Regelschleife und wird ebenfalls mit dem **Oszi** aufgenommen (**hellblau** in **Abb. 3.22**).

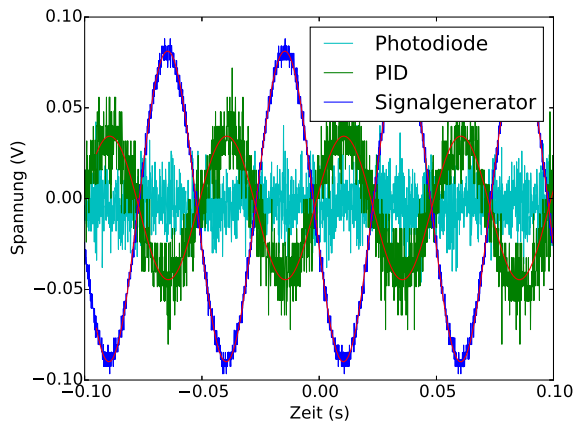
Der **RP** gibt im **PID**-Modus eine Spannung zwischen -1 V und 1 V aus. Am Eingang des analogen Abschwächers müssen 0 V bis 10 V anliegen. Dabei entsprechen 10 V der vollen **RF** Leistung, also keine Abschwächung, und 0 V kompletter Abschwächung. Deshalb wurde mithilfe eines Operationsverstärkers (**OPVs**)²⁴ eine Schaltung gebaut, die die Ausgangsspannung des **RP**s auf die Anforderungen des Abschwächers anpasst. Nach der Anpassung der Spannung kann das Signal des **PID** Reglers in die analoge Abschwächung des Verstärkers für **AOM 2** gefüttert werden, um Intensitätsschwankungen zu kompensieren. Auch dieses Signal wurde mit dem **Oszi** aufgenommen (**grün** in **Abb. 3.22**).

Die Intensität des Lichts wurde über **AOM 1** bei verschiedenen Frequenzen moduliert und es wurde untersucht, wie gut diese Intensitätsmodulation durch den **PID** ausgeglichen werden kann. Für jede Frequenz wurden die Daten des **Oszi**s gespeichert und nachträglich im Computer ausgewertet. Um verschiedene **PID**-Parameter untersuchen zu können, wurden sowohl der Signalgenerator, als auch das **Oszi** von einem Computer mit Python gesteuert, der die Messungen teilweise automatisierte. Vier Aufnahmen des Oszilloskops sind beispielhaft in **Abb. 3.22** dargestellt.

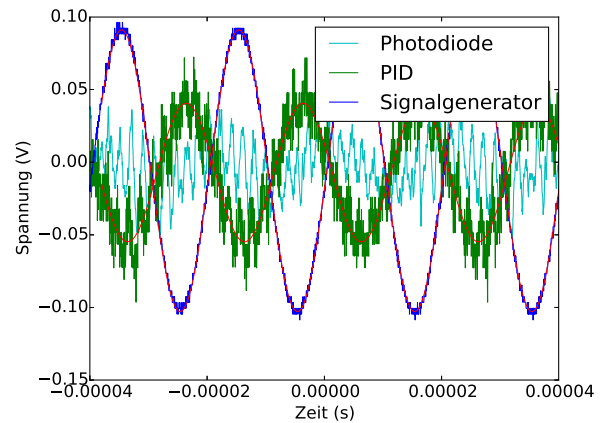
Zur Auswertung der Daten wurden Sinuskurven an die Datensätze angepasst und daraus Informationen über die Amplitude und Phase der Signale gewonnen. Die Regressionskurven sind in den Abbildungen **3.22** rot eingezeichnet. Außerdem wurde für jede Frequenz, um das Intensitätsrauschen zu charakterisieren, die Standardabweichung des Photodiodensignals bestimmt. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen **3.23** und **3.24** zusammengefasst. Die in den angegebenen Größen für die Proportional-, Integral- und Differential-Teile des Reglers beziehen sich auf den in der Grafischen Benutzeroberfläche (engl. Graphical User Interface (**GUI**)) des **RP** einzugebenden digitalen Werten. Die Werte müssen dabei im Bereich zwischen -8192 und 8192 liegen, was einem 14 bit Speicherwert mit Vorzeichen entspricht.

Abb. 3.23 zeigt die Standardabweichung des Photodiodensignals für verschiedene **PID**-Parameter. In gelb ist die Standardabweichung des **PD**-Signals bei ausgeschaltetem Regler dargestellt. Diese ist bei kleinen Frequenzen deutlich über allen anderen, das heißt die Regelung reduziert die Intensitätsschwankungen. Bis etwa 10 kHz kann die durch den ersten **AOM** aufmodulierte Intensitätsschwankung mit allen **PID**-Einstellungen ausgeglichen werden. Soweit wird die Standardabweichung also nur geringfügig von der Modulation bestimmt, sondern vorwiegend vom intrinsischen Rauschen des **Lasers** und der verschiedenen optischen Komponenten. Gute **PID**-Einstellungen ermöglichen es, dieses intrinsische Rauschen deutlich zu verringern,

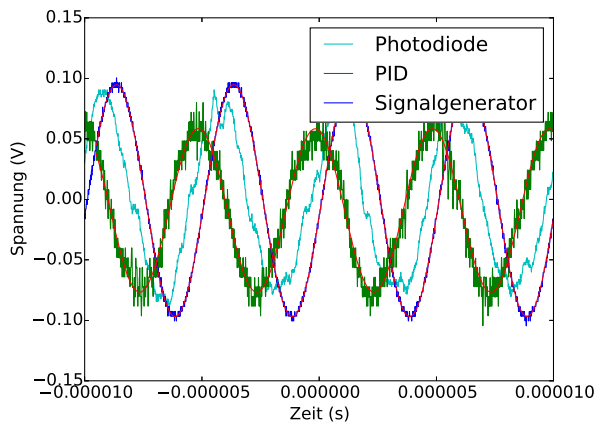
²⁴OP27, Analog Devices



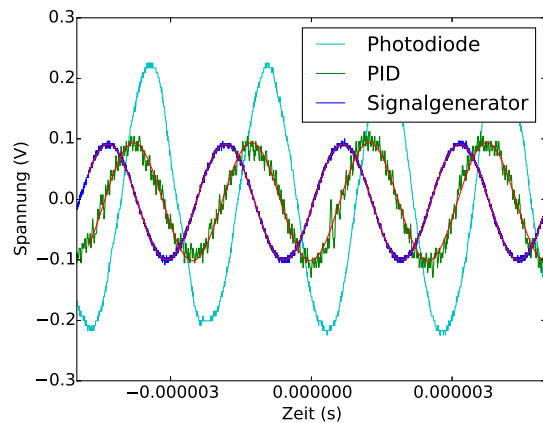
(a) Modulationsfrequenz 20 Hz. Die Intensität ist gut geregelt und das Photodiodensignal ist relativ geradlinig.



(b) Modulationsfrequenz 50 kHz. Das Photodiodensignal beginnt langsam etwas zu rauschen, kann aber noch geregelt werden.



(c) Modulationsfrequenz 200 kHz. Die durch das System bedingte Phasenverschiebung wird zu groß. Der PID Regler kann der Störung nicht mehr entgegenwirken.



(d) Modulationsfrequenz 400 kHz. Die Modulation der Intensität kann durch den PID Regler nicht mehr kompensiert werden, sondern wird sogar verstärkt.

Abbildung 3.22: Aufnahmen des Oszilloskops bei verschiedenen Modulationsfrequenzen. Die Regressionskurven sind in rot eingezeichnet.

wie es der Fall für die blaue und rote Kurve ist. Bei den anderen PID-Einstellungen ist die Verstärkung vermutlich zu groß, so dass der Regler zu schwingen beginnt und dadurch die Standardabweichung größer wird beziehungsweise fluktuiert.

Bei höheren Frequenzen ab ca. 10 kHz ist der Regler nicht mehr schnell genug. Die Phasenverschiebung, die durch das System, bestehend aus analogem Abschwächer, RF-Verstärker, AOM, etc. entsteht, wird zu groß und der PID Regler kann nicht mehr effektiv gegen die Störung arbeiten. Oberhalb von 20 kHz wird die Modulation sogar verstärkt und das System beginnt zu schwingen.

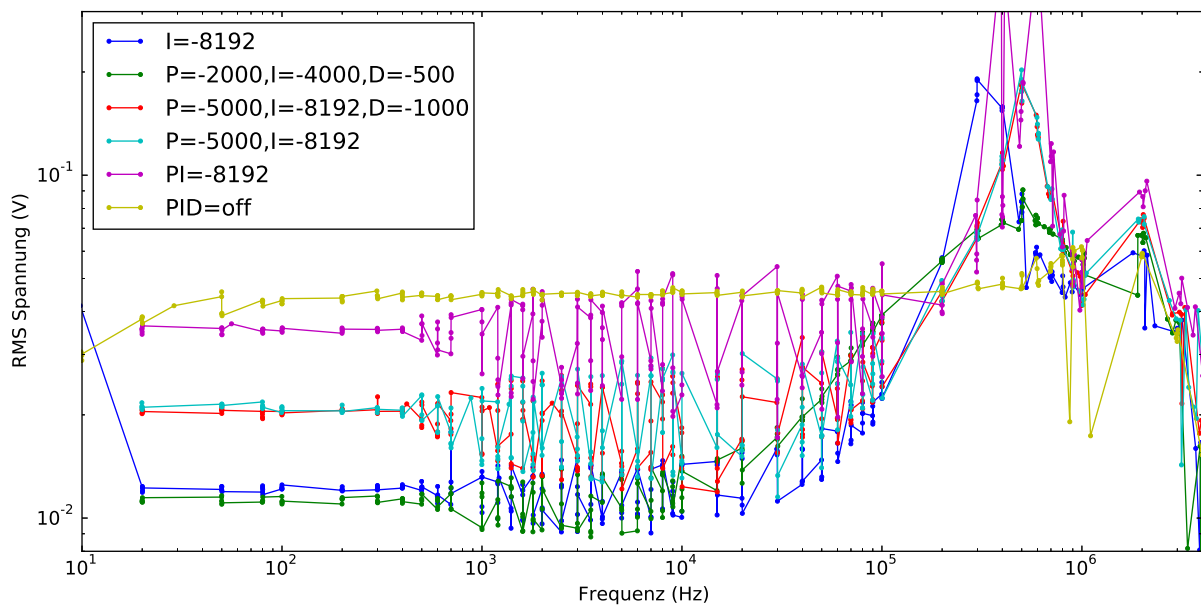


Abbildung 3.23: Standardabweichung des Photodiodensignals in Abhängigkeit der Modulationsfrequenz bei verschiedenen PID-Parametern.

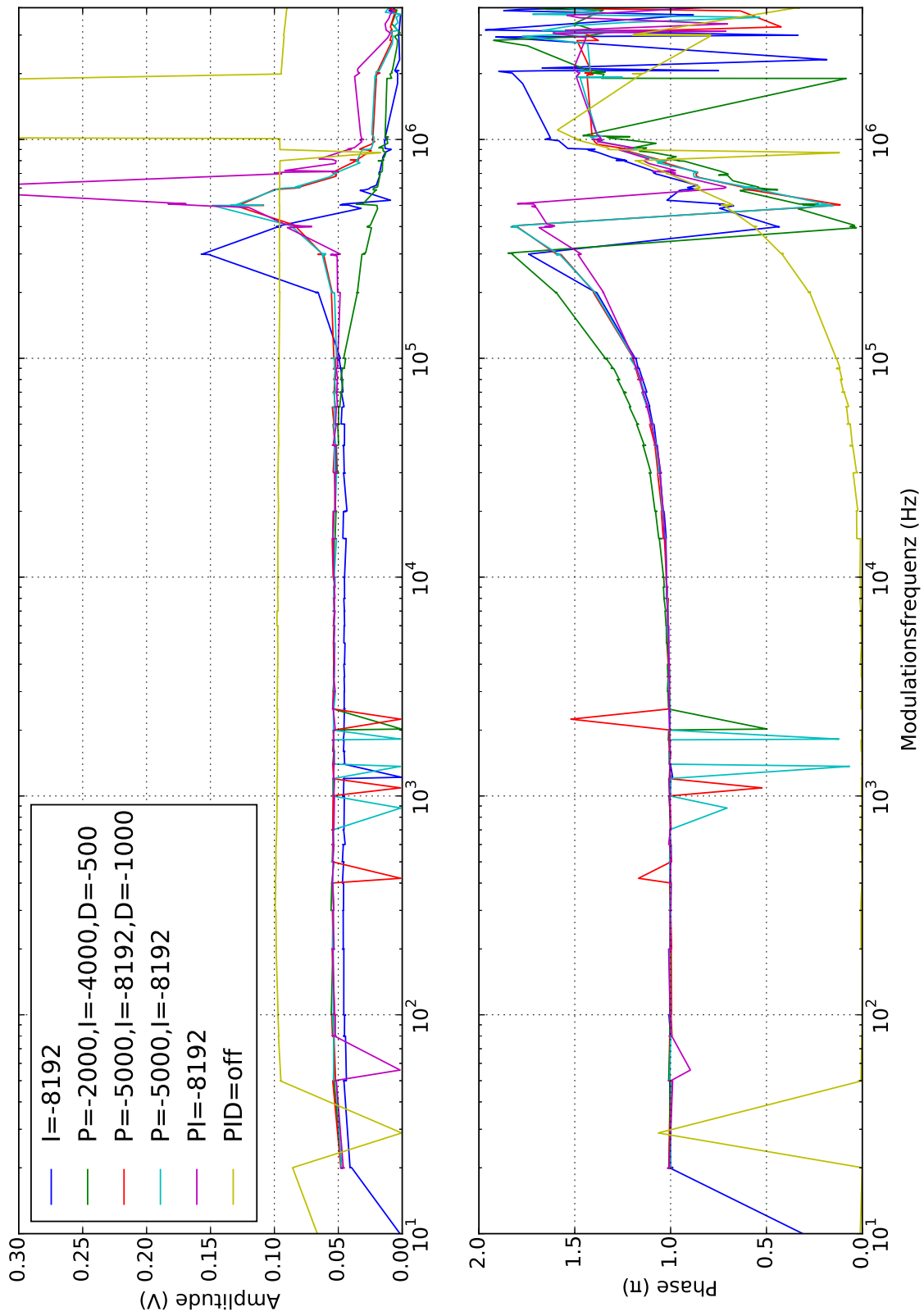


Abbildung 3.24: Bodediagramm der Regelschleife.

In Abb. 3.24 ist ein Bode-Diagramm des Systems dargestellt. Für jede Modulationsfrequenz wurden fünf Datenpunkte aufgenommen. Es wurden also für eine Einstellungen fünf mal, die beispielsweise in Abb. 3.22a dargestellten Daten aufgenommen. Die Frequenz und Amplitude wurden aus den Daten extrahiert, indem eine Sinusfunktion an die aufgenommenen Daten angepasst wurde. Deshalb gibt es für jede Frequenz fünf Datenpunkte, die übereinander liegen sollten. Jedoch liefert die Anpassung leicht unterschiedliche Frequenzen. Dies führt dazu, dass die Datenpunkte nicht immer perfekt übereinander liegen, sondern etwas in der Frequenz verteilt sind. Manchmal jedoch schlug die Funktionsanpassung fehl und es konnte keine Frequenz und keine Amplitude ermittelt werden. Deswegen sind bei manchen Frequenzen weniger als fünf Datenpunkte eingezeichnet. Außerdem können Ausreißer auftreten, wenn die Funktionsanpassung falsche Ergebnisse liefert.

Die obere Hälfte zeigt die Amplitude der an die Daten des PID-Ausgangs angepassten Sinusfunktion. Lediglich bei ausgeschaltetem PID Regler wurden zum Vergleich nicht der Ausgang des PID Reglers dargestellt, sondern die Daten der PD 2.

Für alle PID-Einstellungen bis auf $P=-2000$, $I=-4000$, $D=-500$ beginnt die Amplitude ab einigen 100 kHz stark anzusteigen. Der Grund dafür ist, dass der Regler beginnt zu schwingen.

Die Phasenlage zwischen dem Modulationssignal und dem Reglersignal wurde ebenfalls aus den Modellkurven bestimmt. Da die Modellanpassung jedoch keine absolute Größe für die Phase herausgibt, wurde die Differenz der beiden Phasen modulo 2π genommen. Deshalb springt die Phase im Diagramm 3.24 auch unstetig für alle Kurven von einem Wert knapp unter 2π auf einen Wert knapp über null.

Die Phase des vom Regler ausgegebenen Signals ist bei niedrigen Frequenzen bis 10 kHz konstant bei π beziehungsweise null. Das heißt, der Regler steuert der Störung entgegen. Auch die Phase des Systems, die man bei ausgeschaltetem PID Regler erhält, beginnt erst ab 10 kHz signifikant anzusteigen. Bei knapp 700 kHz erreicht das System eine Phasenverschiebung von π .

Die Messungen zeigen, dass der PD-PID Regler Intensitätsschwankungen bis 100 kHz unterdrücken kann. Beachtet man, dass der Ursprung der Intensitätsschwankungen vorwiegend durch Temperaturrauschen und akustischem Lärm bedingt ist, sollte die Leistung des PID Reglers völlig ausreichend sein. Zudem kann man betrachten, dass die Pulse für den Qubitübergang oft $10 \mu\text{s}$ lang sind, um Fourierverbreiterung auf diesem Übergang zu vermeiden. Eine Pulsdauer von $10 \mu\text{s}$ entspricht einer Frequenz von 100 kHz. Rauschen mit höherer Frequenz wird also innerhalb des Pulses ausgemittelt.

Kapitel 4

Spektroskopie eines gefangenen Strontium-Ions

Die ersten Spektren an lasergekühlten gefangenen Ionen wurden 1983 in der Gruppe von Nobelpreisträger David Wineland [70] aufgenommen. Seither gab es auf dem Gebiet große Fortschritte und ein hochauflösendes Spektrum eines schmalbandigen Übergangs gehört heute als Stand der Technik zu den fundamentalen Grundlagen für komplexere Experimente [50, 31, 7].

Die im letzten Kapitel beschriebene Stabilisierung des Qubitlasers ermöglichte es uns erste fundamentale quantenoptische Experimente durchzuführen. Im folgenden sind einige dieser Experimente beschrieben.

4.1 Quantensprünge und Auffinden der Resonanz

Das erste Indiz dafür, mit der Frequenz des Qubitlasers in der Nähe der 674nm Quadrupolresonanz zu sein, sind sogenannte Quantensprünge. Dabei wird das Ion durch den Qubitlaser vom Grundzustand $S_{1/2}$ in den metastabilen $D_{5/2}$ -Zustand angeregt, in welchem es einige 100 ms verweilt. Deshalb kann der $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ Übergang für diese Zeit nicht mehr getrieben werden und es werden keine Photonen mehr vom Ion gestreut, wodurch es “dunkel” wird. Aufgrund dessen springt die Fluoreszenz des Ions von einem hohen Wert auf einen Wert nahe Null und nach dem spontanen Zerfall des $D_{5/2}$ Zustandes zurück in den Grundzustand, wieder zurück auf den hohen Wert, wie in [Abb. 4.1](#) dargestellt. Diese Sprünge werden als Quantensprünge bezeichnet.

Sobald diese Quantensprünge sichtbar werden, ist man in der Nähe der Resonanz. Eine weitere Optimierung der Laserwellenlänge ermöglicht es, den Qubitübergang so schnell zu treiben, dass sich das Ionen eine Hälfte der Messzeit im dunklen und eine Hälfte im hellen Zustand befindet, was zu einem Absenken der Fluoreszenz auf etwa der Hälfte des maximalen Fluoreszenzniveaus (ohne Qubitlaser) führt. Dies wird als Ausgrauen, (englisch “gray out”), bezeichnet. Voraussetzung, um diesen “gray out” beobachten zu können, ist, dass die Intensität des Qubitlasers bei den Ionen hoch genug ist und somit die Übergänge schnell genug getrieben werden können. Dies kann durch eine hohe Eingangsleistung oder durch einen kleinen Strahldurchmesser im Fallenzentrum erreicht werden.

Aus den Berechnungen mittels eines *Mathematica* Skriptes (siehe Anhang von [44]) geht

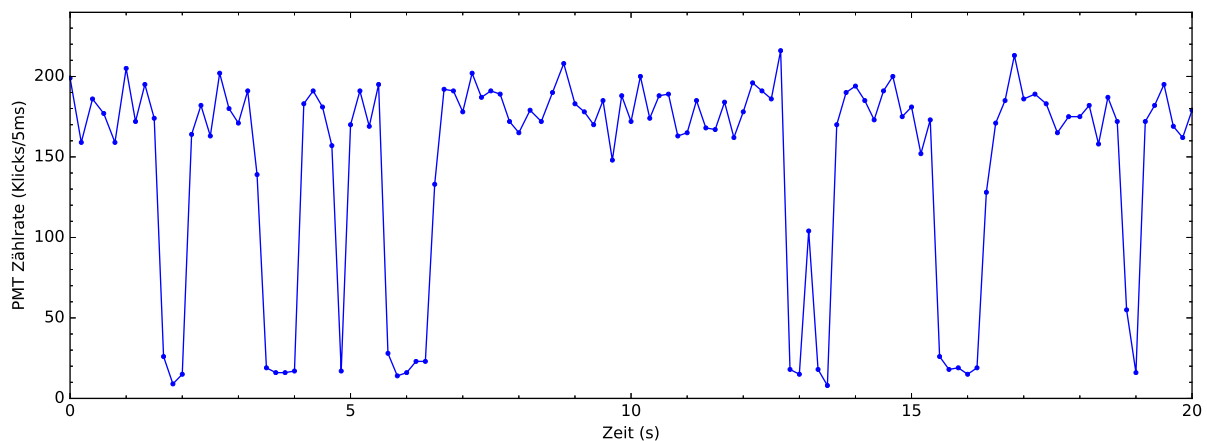


Abbildung 4.1: Fluoreszenz eines einzelnen Ions. Einzelne Quantensprünge sind sichtbar.

hervor, dass der Strahldurchmesser an der Stelle der Ionen etwa $34\ \mu\text{m}$ betragen soll. Die Laserleistung vor der Falle beträgt etwa $20\ \text{mW}$. Nach einer sorgfältigen Justage des Laserstrahls auf die Ionen konnte das “gray out” beobachtet werden und es konnte begonnen werden ein Spektrum aufzunehmen, wie im folgenden Kapitel beschrieben.

4.2 Spektrallinien

Wenn das in [Abschnitt 4.1](#) beschriebene “gray out” beobachtet wird, ist man bereits in der Nähe der Resonanz. Dann genügt es, den Qubitlaser mithilfe eines AOMs zu scannen. Üblicherweise beträgt der Scanbereich weniger als $40\ \text{MHz}$, da ansonsten die Effizienz des AOMs im Randbereich des Scans zu klein wird.

Der einfachste Ansatz ein Spektrum zu erzeugen, wäre es, den $422\ \text{nm}$ -Laser gleichzeitig mit dem $674\ \text{nm}$ -Laser einzuschalten und zu scannen wie beim “gray-out”. Wenn die Qubitresonanz getroffen wird kann es, zu einer Abdunklung des Ions führen. Diese einfache Methode liefert allerdings oft nur ein sehr kleines Signal, das unter Umständen gar nicht detektiert werden kann, da es im Rauschen verschwindet. Auf eine verlässlichere und dennoch einfache Methode wird im folgenden Absatz eingegangen.

4.2.1 Spektrum mittels differentiellen Fluoreszenz-Messung

Mittels differentieller Messungen kann der Kontrast zwischen Hintergrundrauschen und dem tatsächlichen Ereignis erhöht werden. Dazu wird zuerst die Fluoreszenz des initialisierten Ions gemessen. Anschließend wird das Ion manipuliert und die Fluoreszenz wird erneut gemessen. Dann werden die beiden Messwerte voneinander subtrahiert. Die Differenz bildet dann das zu betrachtende Signal. Dies ermöglicht es, auch kleinere Signale messen zu können, welche sonst aufgrund einer fluktuierenden Fluoreszenzrate im Rauschen untergehen.

Die ersten Spektren des Qubitüberganges wurden mittels einer differentiellen Messung aufgenommen. Die verwendete Pulssequenz ist in [Abbildung 4.2](#) dargestellt.

Das erste aufgenommene Spektrum ist in [Abb. 4.4](#) dargestellt. Zwischen den verschiedenen Spektren wurde das Magnetfeld durch eine schrittweise Erhöhung des Stroms durch die Spulen

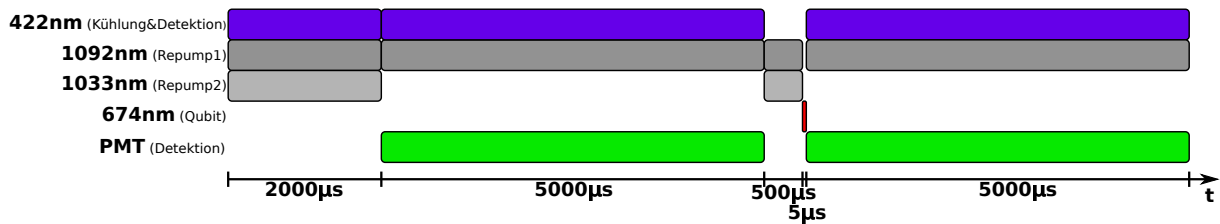


Abbildung 4.2: Pulssequenz zur Aufnahme des Spektrums mittels differenzieller Fluoreszenzmessung.

von 0,8 A auf 1,0 A und 1,2 A, verstärkt. Dadurch konnte bestätigt werden, dass es sich um die gesuchten um Spektrallinien handelt.

Wie in Abschnitt 2.1.2 beschrieben verschieben sich die Übergänge mit dem Magnetfeld. Außerdem können je nach Konfiguration nur bestimmte Übergänge getrieben werden. Die Konfiguration bei dieser Messung lässt nur $\Delta m = \pm 1$ Übergänge zu. In Abb. 4.3 sind die möglichen Übergänge schematisch dargestellt.

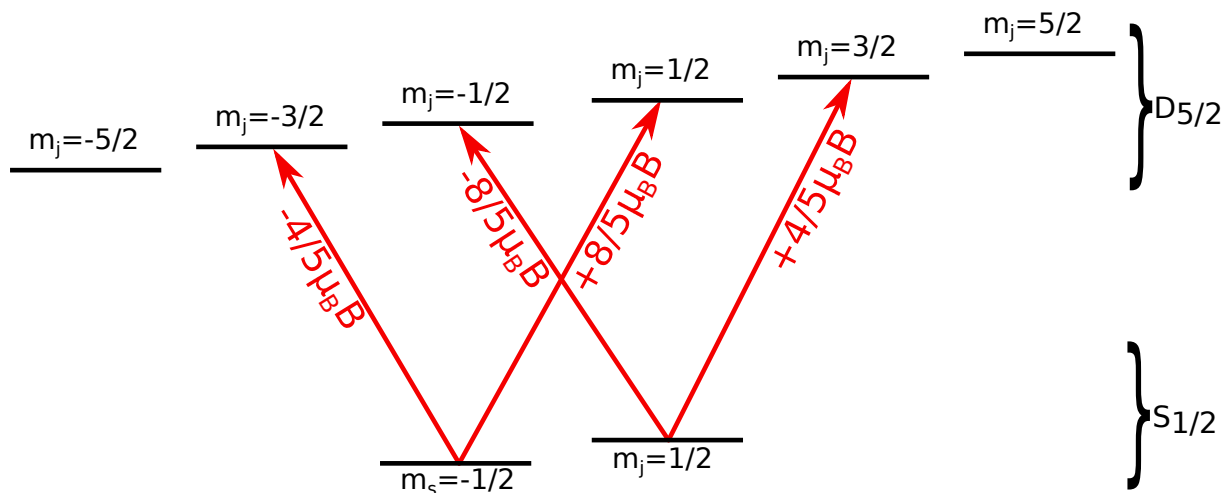


Abbildung 4.3: Schematische Darstellung der erlaubten Übergänge mit $\Delta m = \pm 1$. Die Verschiebung durch den Zeemaneffekt ist für jeden Übergang angegeben.

Aus dem Abstand der Resonanzpeaks lässt sich durch den Zeemaneffekt das Magnetfeld berechnen, welches auf die Ionen wirkt. In Abb. 4.4 ist aufgenommen das Spektrum gezeigt. Die aus dem Spektrum berechneten Magnetfeldstärken sind im Folgenden angegeben.

$$\text{erste Messung } 0,8 \text{ A} : (2,977 \pm 0,015) \text{ G} \quad (4.1)$$

$$\text{zweite Messung } 1,0 \text{ A} : (3,769 \pm 0,015) \text{ G} \quad (4.2)$$

$$\text{dritte Messung } 1,2 \text{ A} : (4,6360 \pm 0,0116) \text{ G} \quad (4.3)$$

Die angegebenen Fehler ergeben sich aus den Fehlern der Regression.

4.2.2 Bestimmung der mittleren Anregung mittels eines Histogramms

Ein besseres Verfahren zum Auslesen des Qubitzustandes ist die Bestimmung der mittleren Anregung mittels eines Histogramms. Dazu wird ein Histogramm der PMT-Klicks erstellt, wie

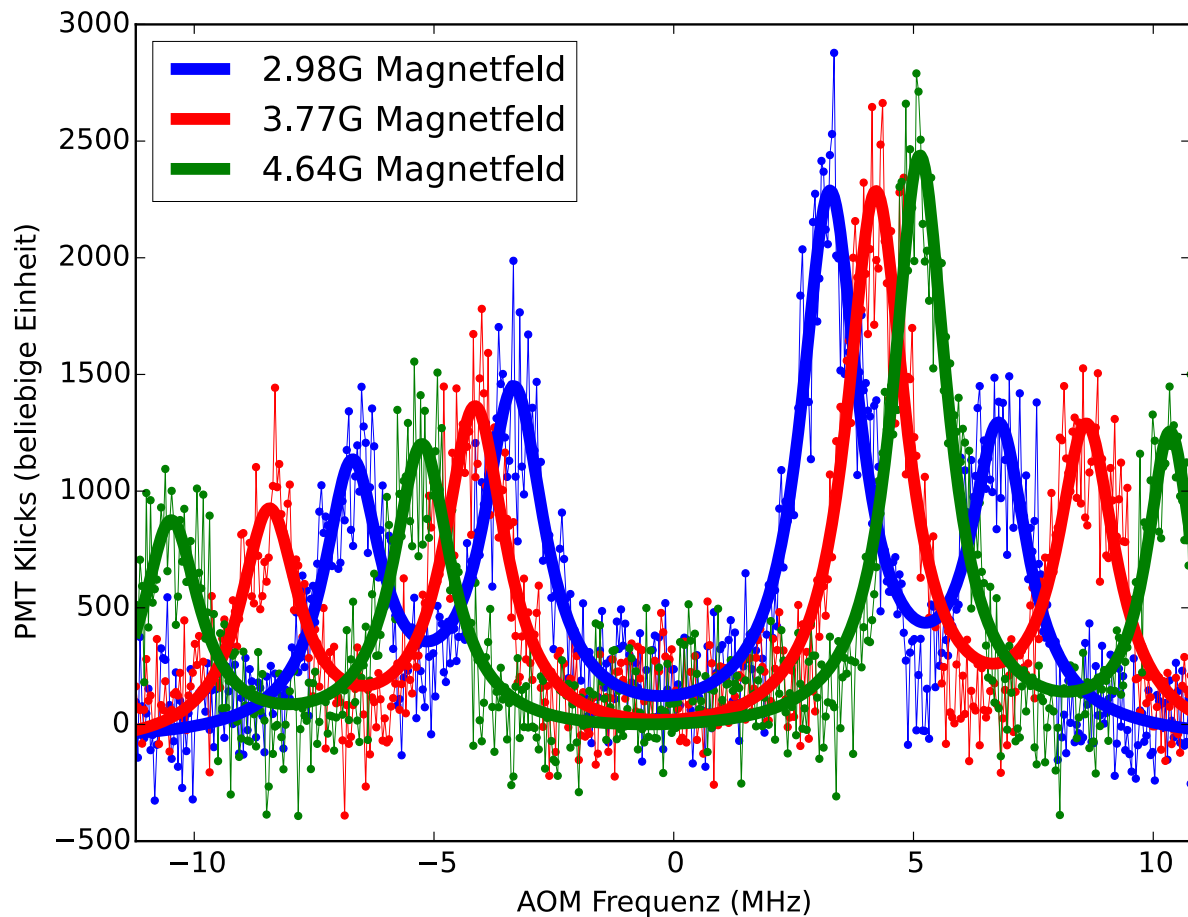


Abbildung 4.4: Erstes Spektrum des Quadrupolüberganges bei verschiedenen Magnetfeldstärken. Die angegebenen Magnetfeldstärken wurden mit dem Zeemaneffekt aus den gemessenen Resonanzen berechnet. Die fett eingezeichneten Linien sind die Messdaten mit Savitzky-Golay¹Tiefpassfilter mit 31 Stützstellen und der Ordnung 3.

beispielsweise in Abb. 4.5 dargestellt. Die gemessenen PMT-Klicks sind bei einem einzelnen gefangenen Ion üblicherweise in zwei Gaußkurven verteilt. Die Gaußkurve mit wenigen Klicks besteht nur aus Hintergrundsignal (Dunkelzählrate und Streulicht). Die Gaußkurve mit hoher Anzahl an Klicks kommt vom fluoreszierenden Ion.

Des Mittelwert dieser Gaußkurven verschiebt sich je nach eingestrahelter Laserleistung und Belichtungszeit. Die Messzeit kann also solange reduziert werden, bis die Gaußkurven sich berühren. Dies ermöglicht eine ausreichende Unterscheidbarkeit der beiden Zustände bei möglichst kurzer Messzeit. Dadurch lässt sich die Messzeit verringern und die Anzahl der Messungen erhöhen, was die Statistik der Messung verbessert.

Das in Abb. 4.6 dargestellte Spektrum wurde ebenfalls mithilfe der oben beschriebenen Histogramm-Methode gemessen. Die beiden großen Peaks sind die resonant getriebenen Übergänge. Diese werden auch Carrier-Übergänge genannt.

Links und rechts des Carrier-Überganges sieht man die sogenannten Bewegungsseitenbänder.

¹<https://scipy-cookbook.readthedocs.org/items/SavitzkyGolay.html?highlight=golay>

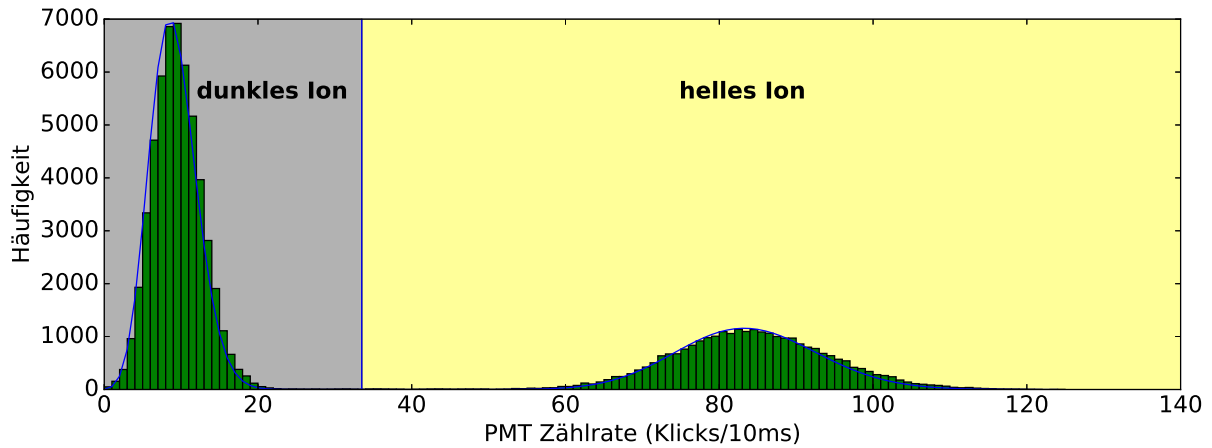


Abbildung 4.5: Histogramm der gemessenen PMT-Klicks

Das linke (rot verstimmte) Seitenband wird “Red Side-Band” (RSB), das rechte (blau verstimmt) wird “Blue Side-Band” (BSB) genannt. Diese Übergänge werden aufgrund der Bewegung und der dadurch verursachten Dopplerverschiebung des Ions getrieben. Dabei ändert sich wie in Abschnitt 2.1.3 besprochen die Bewegungsquantenzahl um ± 1 . Im Spektrum sind nur die longitudinalen Seitenbänder zu sehen, da der Laser entlang der longitudinalen Fallenachse eingestrahlt wird.

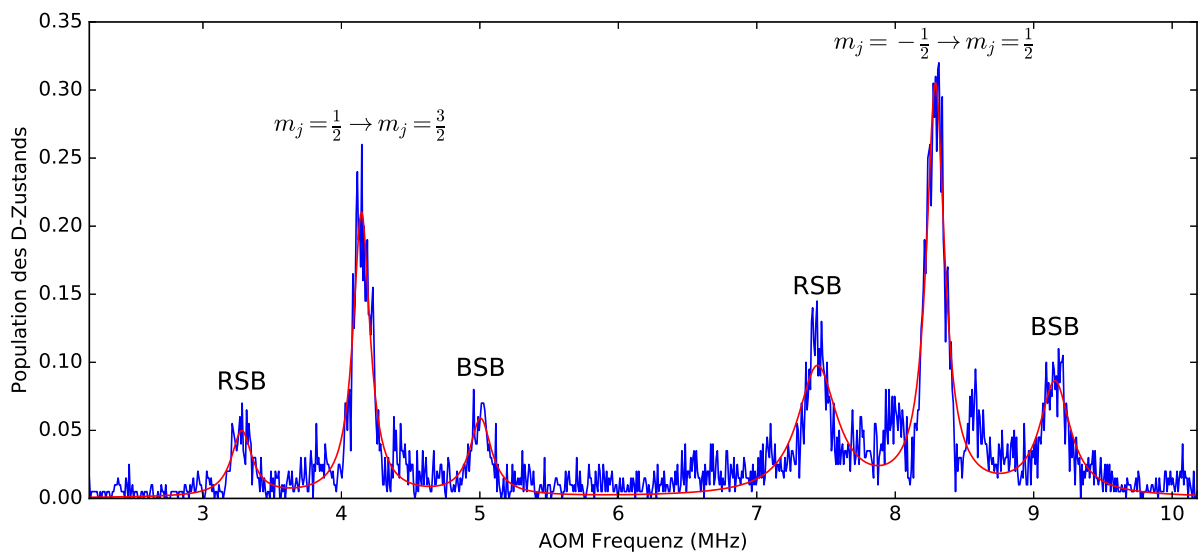


Abbildung 4.6: Spektrum von zwei Carrier-Übergängen mit den zugehörigen Seitenbändern.

Aus den Seitenbändern lässt sich die Fallenfrequenz der longitudinalen Bewegung des Ions ablesen. Die in Abb. 4.6 gezeigten Daten ergeben eine axiale Resonanzfrequenz ν_{axial} von

$$\nu_{\text{axialCarrier 1}} = (863 \pm 7) \text{ kHz} \quad (4.4)$$

$$\nu_{\text{axialCarrier 2}} = (858 \pm 5) \text{ kHz} \quad (4.5)$$

$$\nu_{\text{axialCarrier average}} = (860 \pm 6) \text{ kHz} \quad (4.6)$$

Für jede Resonanz wurde eine Lorenzkurve angepasst. Der Mittelwert der Lorenzverteilungen liefert die Resonanzfrequenz. Die angegebenen Fehler aus der Ungenauigkeit der Positionsbestimmung der Seitenbänder aus der Modellanpassung stammen.

Die Linienbreiten der Carrier-Übergänge betragen

$$\Delta\nu_{\text{Carrier 1}} = (179,51 \pm 0,03) \text{ kHz} \quad (4.7)$$

$$\Delta\nu_{\text{Carrier 2}} = (157,358 \pm 0,005) \text{ kHz} \quad (4.8)$$

Diese Linienbreiten sind jedoch nur bedingt aussagekräftig, da die Qubitlaser-Pulse zur Anregung in den $D_{5/2}$ -Zustand nur $5 \mu\text{s}$ lang waren und somit das Spektrum um etwa 200 kHz fourierverbreitert ist.

4.3 Rabioszillationen

Die Bestimmung der Spektrallinien des Qubitübergangs ist grundlegend für weitere, wie beispielsweise Rabioszillationen. Dabei wird die Anregungsdauer, also die Einstrahldauer des Lasers verstimmt. Im Idealfall sollte der Zustand des Ions zwischen dem Grundzustand und dem angeregten Zustand hin und her oszillieren.

Bei der in [Abb. 4.7](#) gezeigten Messung geht die Kohärenz nach bereits zwei Perioden verloren. Hierbei ist anzumerken, dass diese Messung in einem sehr frühen Stadium des Experiments kurz nach dem Auffinden der Resonanz gemacht wurden. Mittlerweile wurde der Aufbau geändert um eine bessere Kühlung der Ionen zu ermöglichen. Die Konfiguration wurde dahingehend geändert, sodass die Übergänge radial getrieben werden können. In radialer Richtung ist das Fallenpotential viel steiler wodurch die Ionen in niedrigere Bewegungszustände gekühlt und besser lokalisiert werden können. Dadurch fluktuiert die Carrier-Rabifrequenz weniger und es können bis zu zehn Rabioszillationen beobachtet werden. Weitere Verbesserungen der Laserstabilität, der Kühlung der Ionen und des Magnetfeldes sollten die Kohärenzzeit in Zukunft weiter stark verbessern.

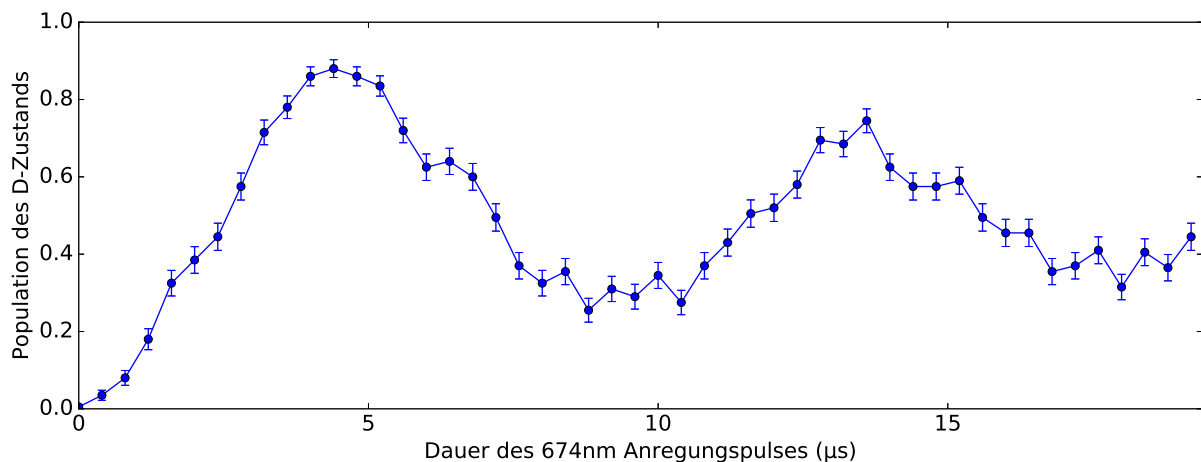


Abbildung 4.7: Erste Rabioszillationen.

4.4 Optisches Pumpen

Aufgrund des Zeemaneffekts wird der Grundzustand des Ions in zwei Energieniveaus aufgespalten (siehe Abb. 4.3), die nach dem Dopplerkühlen in etwa gleich besetzt sind. Dies verhindert, dass die komplette Population in einen der angeregten Zustände gebracht werden kann. Deshalb muss das Ion vor der eigentlichen Qubitmanipulation einen der beiden Zeeman-Grundzustände initialisiert werden. Die Initialisierung kann erreicht werden, indem man beispielsweise den Übergang $S_{1/2}m_j = \frac{1}{2} \rightarrow D_{5/2}m_j = -\frac{1}{2}$, von nun an Pumpübergang genannt, treibt gefolgt von spontaner Emission zurück in einen der beiden $S_{1/2}$ Grundzustände. Dies wird optisches Pumpen genannt und wird nun anhand der in Abb. 4.8 dargestellten Sequenz und des Energieschemas in Abb. 4.3 erklärt.

Beim optischen Pumpen wird das Ion mit einem π -Puls auf dem Pumpübergang angeregt. Dann wird kurz der 1033 nm Laser eingestrahlt, um den Zerfall aus dem angeregten Zustand zu beschleunigen. Vom $P_{3/2}$ -Zustand aus fällt es dann wieder mit etwa gleicher Wahrscheinlichkeit in einen der beiden Zeeman-Grundzustände. Diese Sequenz wird mehrmals wiederholt. Da das Ion aus dem $S_{1/2}m_j = \frac{1}{2}$ -Zustand immer wieder ausgepumpt wird, fällt die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Ion in diesem Zustand befindet exponentiell mit der Anzahl an Pumpzyklen ab. Somit wird das Ion im $m_j = -\frac{1}{2}$ Grundzustand initialisiert.

In Abb. 4.9a ist ein Spektrum des Qubitübergangs ohne optisches Pumpen zu sehen. Man sieht die vier Carrier und ihre Seitenbänder. Die Carrier sind wie in Abb. 4.3 eingezeichnet, um $-\frac{8}{5}\mu_b B$, $-\frac{4}{5}\mu_b B$, $\frac{4}{5}\mu_b B$ und $\frac{8}{5}\mu_b B$ Zeemanverschoben.

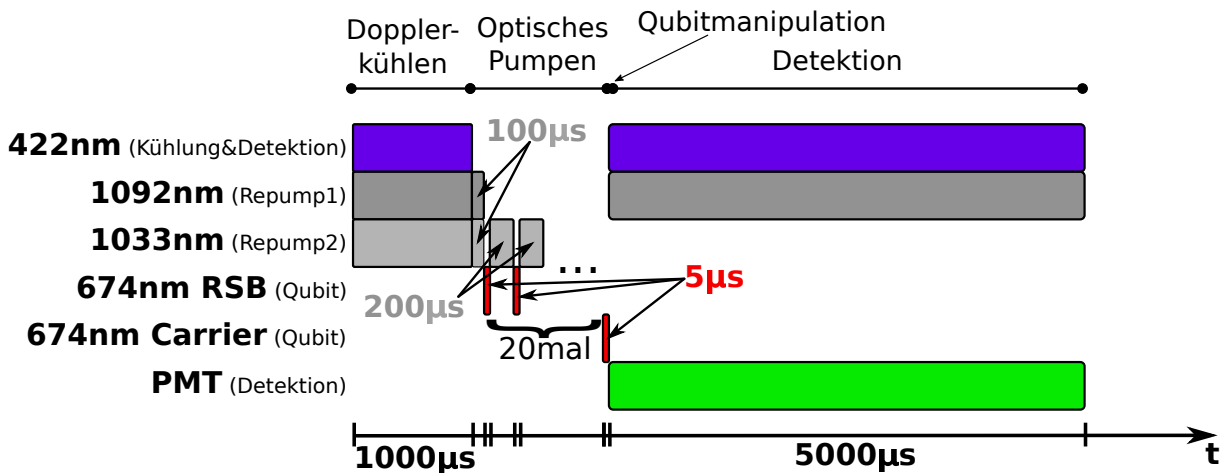


Abbildung 4.8: Sequenz zur Quantenmanipulation mit optischem Pumpen. Zunächst wird das Ion gekühlt und das Qubit initialisiert. Anschließend wird ein bestimmter Carrier getrieben, um die Population in einen der Zeeman-Grundzustände zu bringen. Abschließend wird der Zustand ausgelesen.

In Vergleich dazu ist in Abb. 4.9b ein Spektrum gegenübergestellt, bei welchem das Ion vor der Spektroskopie in den $m_j = -\frac{1}{2}$ Zustand optisch gepumpt ist. Es erscheinen nur noch zwei der vier Carrierübergänge. Diese sind

- $S_{1/2}, m_j = -\frac{1}{2} \rightarrow D_{5/2}, m_j = -\frac{3}{2}$
- $S_{1/2}, m_j = -\frac{1}{2} \rightarrow D_{5/2}, m_j = \frac{1}{2}$.

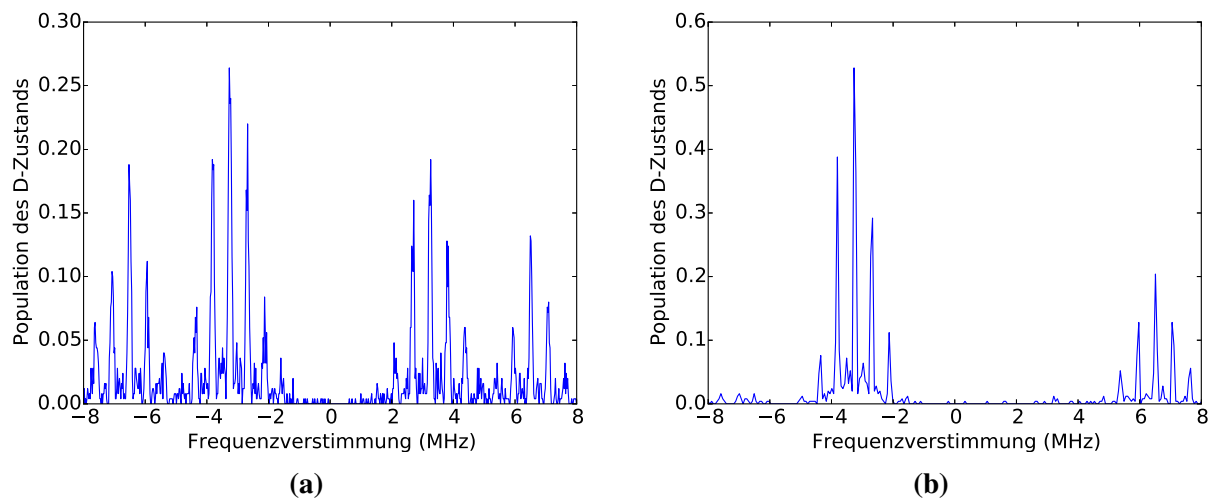


Abbildung 4.9: (a) Zeigt ein Spektrum des Qubitüberganges ohne optisches Pumpen abgebildet. Alle vier Carrierübergänge sind zu sehen, mit mehreren Bewegungsseitenbändern da das Dopplerkühlen nicht optimiert war. (b) Mit optischem Pumpen sind nur noch zwei der vier Übergänge zu sehen, da das Ion sich in einem der beiden Zeeman-Gundzustände befindet. Die maximale Besetzung des D-Zustandes ist etwa doppelt so hoch wie beim Spektrum ohne optisches Pumpen.

Die beiden anderen Übergängen können nicht getrieben werden, da sich das Ion nach dem optischen Pumpen im Zeeman-Grundzustand $m_j = -\frac{1}{2}$ befindet.

4.5 Anregung in den Rydbergzustand

Ziel des Experiments ist es Ionengatter mithilfe der Wechselwirkung von Rydbergionen zu realisieren. Der erste Schritt dafür, die Anregung eines Rydbergzustandes, konnte mit Hilfe des 674 nm Qubitlasers nachgewiesen werden. Das Ergebnis ist der der Doktorarbeit von Gerard Higgins, soll hier jedoch kurz als wichtige Anwendung des 674 nm Lasers zusammengefasst werden. Das Anregungsschema ist in Abb. 4.10 dargestellt und wird im Folgenden besprochen.

- Zunächst wird das Ion durch optisches Pumpen in den $4D_{3/2}$ -Zustand gebracht.
- Von dort aus wird es mit den beiden UV-Lasern beispielsweise in den Rydbergzustand $26S_{1/2}$ angeregt.
- Der Rydbergzustand zerfällt mit etwa 95% Wahrscheinlichkeit relativ schnell ($\approx 1 \mu\text{s}$) wieder in den Grundzustand $5S_{1/2}$ (während 5% auf die 4D Zustände verteilt werden).
- Dann wird die Population im Grundzustand $5S_{1/2}$ (die vorher im Rydbergzustand war) im Qubitzustand $4D_{5/2}$ versteckt.
- Anschließend wird die im $4D_{3/2}$ verbliebene Population mit dem 1092 nm Rückpumplaser ausgepumpt.
- Abschließend wird der Zustand des Ions ausgelesen.

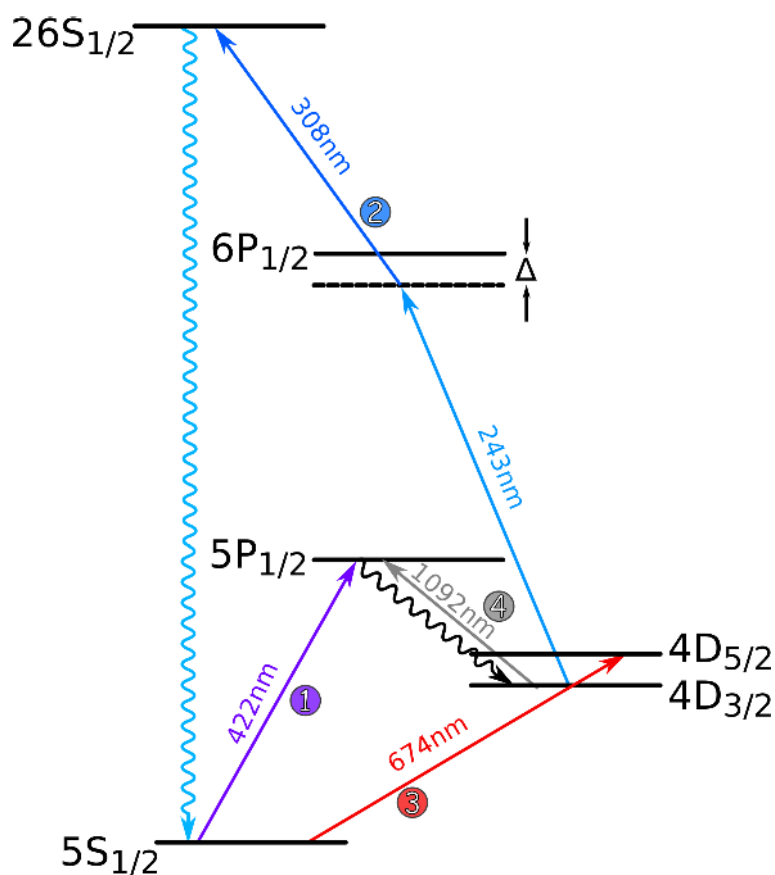


Abbildung 4.10: Energieniveauschema zur Erläuterung der Rydberganregung. Der Spontane Zerfall von $26S_{1/2}$ nach $5S_{1/2}$ ist nur schematisch eingezeichnet. Tatsächlich erfolgt der Zerfall über P-Zwischenzustände.

Bei erfolgreicher Rydberganregung, bleibt das Ionen beim Auslesen dunkel, da es im $D_{5/2}$ versteckt ist. Ist die Rydberganregung nicht erfolgreich, fluoresziert das Ion beim Auslesen, da es durch den Repumpulaser aus dem $D_{3/2}$ ausgepumpt wird und Photonen streut.

Der Übergang wird nichtresonant angeregt weil der $6P_{1/2}$ Zwischenzustand recht schnell zerfällt und so die Anregung stört und da das Ion bei einer resonanten Anregung durch Absorption eines zweites 243 nm Photons doppelt ionisiert werden könnte Die Verstimmung ist in Abb. 4.10 mit einem Δ markiert. Die Gesamtenergie muss dabei erhalten bleiben. Folglich muss der 243 nm Laser um die gleiche Frequenz rot verstimmt sein wie der 308 nm Laser blau verstimmt ist, um den Übergang zu treiben. In Abb. 4.11 sind vier Anregungen bei unterschiedlichen Verstimmungen in den $26S_{1/2}$ Zustand zu sehen. Es ist ersichtlich, dass die 308 nm Resonanz der 243 nm Verstimmung folgt.

Voraussetzung für dieses Anregungsschema ist die Stabilisierung des Qubitlasers mithilfe des Hoch-Finesse-Resonators, welche somit eine gewisse Frequenzstabilität erhält. Der frequenzstabilisierte Laser wird benötigt, um im verwendeten Anregungsschema die vom Rydbergzustand in den Grundzustand gefallene Population zuverlässig im Qubitzustand verstecken zu können.

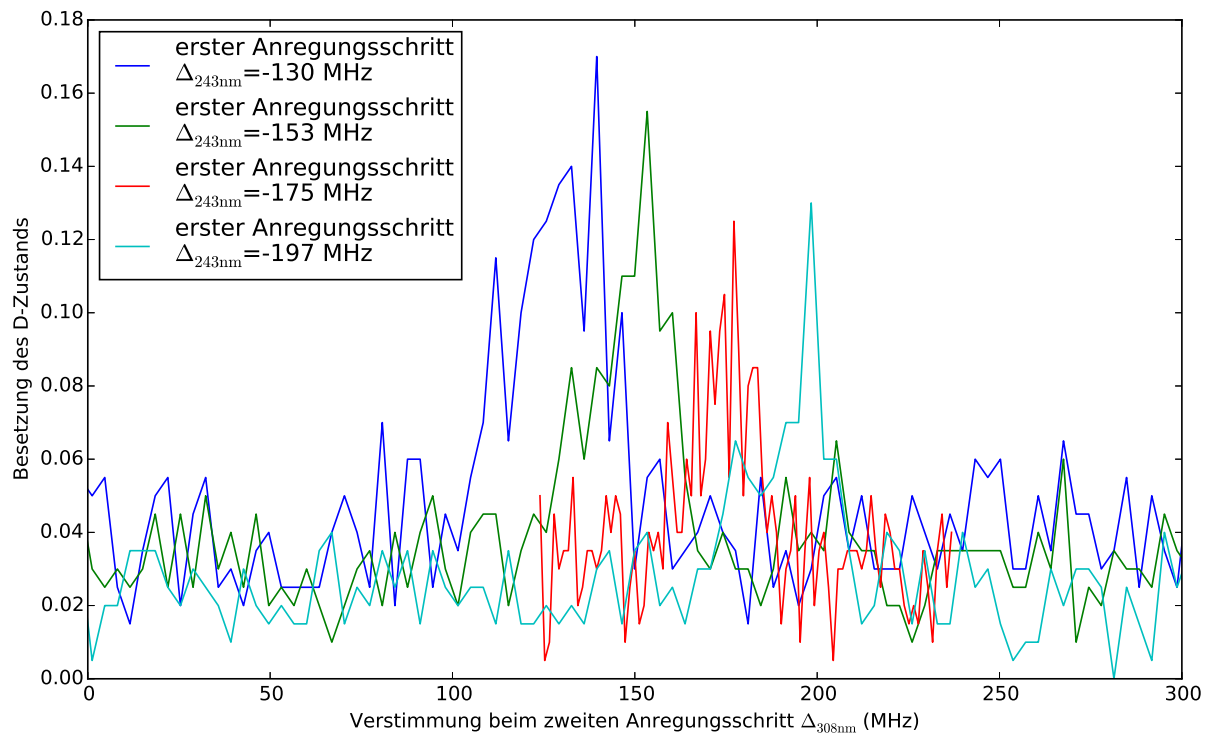


Abbildung 4.11: Erste Rydberganregung.

Während des Schreibens dieser Masterarbeit wurde der Aufbau weiter verbessert und es konnten die Rydbergniveaus $26S_{1/2}$ bis $37S_{1/2}$ gefunden werden. Außerdem wurden Substrukturen einzelner Rydbergresonanzen sichtbar. Diese Ergebnisse sind vielversprechend für das langfristige Ziel auf Rydbergwechselwirkung basierende Quantengatter zu realisieren.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassend wurde in dieser Masterarbeit ein Qubitlaser bei 674 nm zur Anregung des Quadrupolüberganges in Strontium aufgebaut. Ziel der Arbeit war es, den Qubitlaser so in der Frequenz zu stabilisieren, dass er für die ersten Experimente genutzt werden kann. Zusätzlich sollte untersucht werden, wie und für welche Zwecke die digitale Kontrollelektronik Red Pitaya im Labor verwendet werden kann.

Der Laser wurde mithilfe der Pound-Drever-Hall-Methode, auf einen Hoch-Finesse-Resonator mit einer Finesse von etwa 240000 stabilisiert. Dabei wurde darauf geachtet, möglichst wenig der Laserleistung für die Stabilisierung zu verwenden und den größten Teil der Leistung dem Experiment zur Verfügung zu stellen.

Der Laser konnte auf eine Linienbreite unter 1 kHz frequenzstabilisiert werden (siehe Kapitel 3.3.5). Mithilfe spektroskopischer Messungen konnte, wie in Kapitel 3.3.8 beschrieben, die Temperatur bestimmt werden, bei der die thermische Ausdehnung des Hoch-Finesse-Resonators null wird (englisch zero expansion point (ZEP)). Diese lag leider entgegen den Erwartungen nicht im Bereich zwischen 0 °C und Raumtemperatur, sondern bei $(-26,0 \pm 0,6)^\circ\text{C}$, was eine Nutzung des Resonators aufgrund der hohen Driftraten, im Bereich von $40 \frac{\text{Hz}}{\text{s}}$, schwierig macht. Deshalb wurde der Hoch-Finesse-Resonator am Ende der Arbeit zur Firma *Advanced Thin Films* zurückgeschickt, um dort Ringe aus ULE auf die Spiegel montieren zu lassen, welche den ZEP erfahrungsgemäß um zirka 20 K anheben sollten [39]. Mittlerweile ist der modifizierte Hoch-Finesse-Resonator wieder zurück. Jedoch konnte der neue ZEP aufgrund des Umzugs des Experiments von Innsbruck nach Stockholm noch nicht ausgemessen werden.

In Kapitel 3.4 wird gezeigt, dass sich die Red Pitaya Elektronik als Regler für eine Intensitätstabilisierung nutzen lässt. Für die Frequenzstabilisierung auf den Hoch-Finesse-Resonator ist sie jedoch aufgrund der begrenzten digitalen Auflösung nicht geeignet. Für den alltäglichen Einsatz sind noch ein paar Veränderungen an der Software der Red Pitaya Elektronik nötig, um den Bedienkomfort zu erhöhen.

Mithilfe des frequenzstabilisierten Lasers konnten erste Quantenexperimente durchgeführt werden. So wurden beispielsweise erste Spektren aufgenommen und Rabioszillationen gemessen werden (siehe Kapitel 4.2.2 und 4.3). Des Weiteren wurde mithilfe der Quadrupolübergänge das Magnetfeld charakterisiert. Spektroskopisch konnten sowohl die einzelnen Zeemanniveaus, als auch die Bewegungsseitenbänder aufgelöst werden. Dadurch konnte auch optisches Pumpen realisiert werden, wie in Abschnitt 4.4 gezeigt. Während dieser Arbeit gelang zudem die Anregung des $26\text{S}_{1/2}$ Rydbergzustands, welche mithilfe des Qubitlasers detektiert wurde (siehe

Abschnitt 4.5). Dies ist die erste Rydberganregung eines gefangenen Strontium-Ions.

Während des Schreibens dieser Masterarbeit konnten mehrere Rydbergniveaus von $25S_{1/2}$ bis $37S_{1/2}$ ausgemessen werden und der daraus folgende Quantendefekt errechnet werden. Diese Ergebnisse werden in den kommenden Monaten veröffentlicht.

Anhang A

Red Pitaya

Red Pitaya¹ ist ein Test- und Mess- Entwicklungsboard, das 2013 auf den Markt kam. Es besitzt zwei schnelle **ADC** und zwei schnelle **DAC**, die beide eine eine Samplingrate von 125 MHz haben. Die Ein- und Ausgänge haben eine Auflösung von 14 bit und eine Bandbreite von 50 MHz. Weitere Spezifikationen sind dem Datenblatt zu entnehmen [57]. Ein Foto eines Red Pitaya-Boards ist in Abbildung A dargestellt.

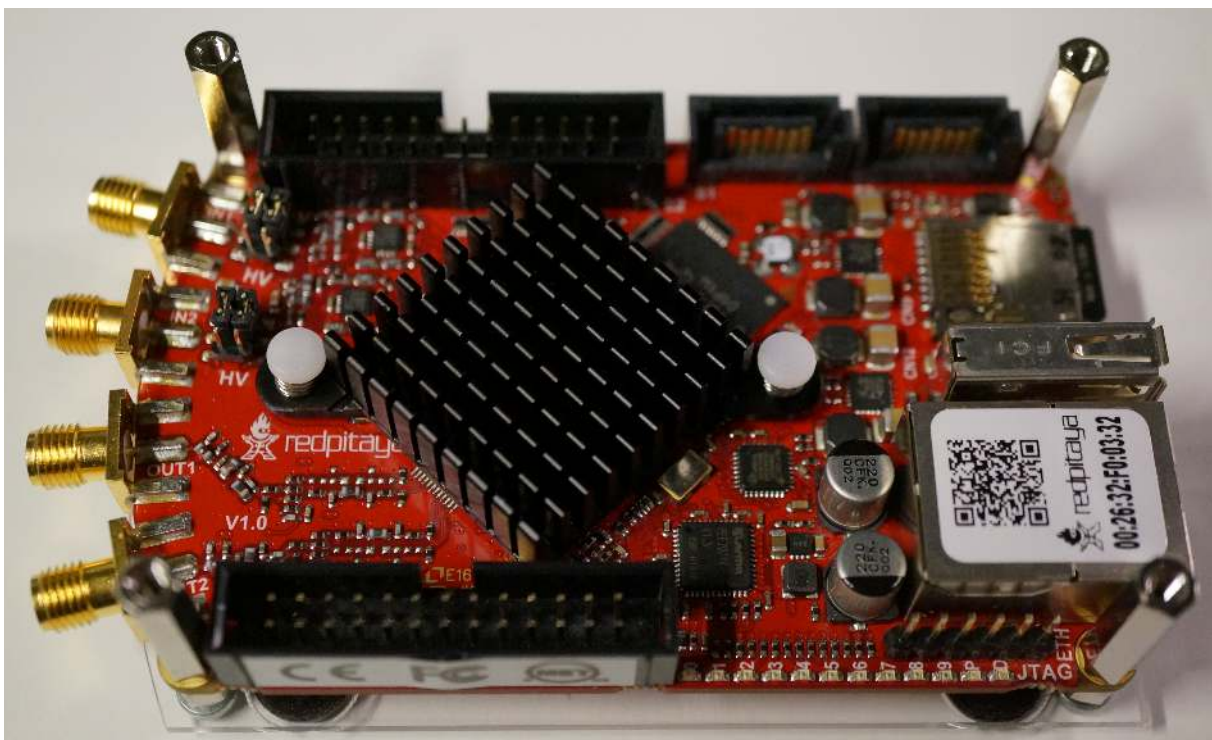


Abbildung A.1: Foto des Red Pitaya. Man sieht auf die linken Seite **SMA**-Anschlüsse für die zwei Ein- und Ausgänge. Rechts unter dem Sticker befindet sich der Ethernetanschluss mit dem sich der Red Pitaya ans Netzwerk anschliessen lässt.

¹<http://redpitaya.com/>

Die Einsatzmöglichkeiten des **RP** sind vielfältig. Da das Entwicklungsboard als “open source” entwickelt wurde, lässt es sich, mit eigener Software, an nahezu jede Anforderungen anpassen. Einige der bereits vom Hersteller für den **RP** zur Verfügung gestellten Werkzeuge sind:

- Oszilloskop
- Funktionsgenerator
- Spektrum Analysator
- **PID** Regler
- Teslameter
- Frequenzganganalysator

Hinzu kommen von der Nutzergemeinschaft entwickelten Programme wie:

- Bode-Analysator
- LRC-Meter
- SDR transceiver

Im Labor wird der **RP** von uns vorwiegend als **PID** Regler eingesetzt. Anfangs war angedacht, den **RP** für die Frequenzstabilisierung auf den **HFR** zu verwenden. Jedoch reicht die Bandbreite von 14 bit Auflösung bei einer Linienbreite von mehreren kHz nicht auf, um eine Stabilisierung aus unter 10 Hz realisieren zu können.

Allerdings wurde der **RP** erfolgreich zur Intensitätsstabilisierung eingesetzt, wie in **Abschnitt 3.4** beschrieben. Jedoch muss für den alltagstauglichen Einsatz die Software angepasst werden. Beispielsweise sollte noch eine “sample and hold” Funktion hinzugefügt werden. Eine hold Funktion für den Integrator wurde von einem Nutzer bereits geschrieben und konnte auf unserem **RP** erfolgreich getestet werden. Jedoch ist diese Hold-Funktion noch auf den P- und D-Teil des Reglers zu erweitern.

Zusätzlich sollten die Einstellmöglichkeiten für P-, I-, und D-Teil des Reglers verbessert werden. Die Arbeitsgruppe von Prof. Schmidt in Braunschweig hat diese Änderungen bereits vorgenommen [17].

Anhang B

RaspberryPi Webcamservers

Sechs der insgesamt acht im Labor verwendeten Laser sind auf Referenzresonatoren frequenzstabilisiert. Um festzustellen, ob der Laser auf die TEM₀₀-Mode gelockt ist, wird das vom Resonator transmittierte Licht mit einer USB-Kamera aufgenommen. Zusätzlich dienen diese Kameras dazu, zu überprüfen, dass die Laser nicht aus dem Lock gefallen sind. Deshalb ist es nützlich, die Bilder aller Webcams an einem, von überall im Labor aus gut einsehbaren Bildschirm, anzuzeigen.

Manchmal ist es jedoch nötig, das Webcambild in der Nähe des Lasers zu haben, beispielsweise wenn der Lock neu eingestellt werden muss. Damit dann die USB-Kabel der Webcams nicht hin und her gesteckt werden müssen, wurde ein Kamera-Server eingerichtet. Dieser ermöglicht es, die die Webcambilder von verschiedenen PCs aus gleichzeitig zu betrachten.

In diesem Kapitel soll der auf einem RaspberryPi bereitgestellte, Webcamserver beschrieben werden. Ein Bild des Monitors, der alle Webcambilder anzeigt, ist in [Abb. B.1](#) dargestellt.

Für den Webcamserver wurde auf ein bereits existierendes Webcamserver Projekt zurückgegriffen. Experimente mit der Überwachungssoftware Motion¹ waren aufgrund der limitierten Leistung des RaspberryPi nicht zufriedenstellend.

Deshalb wurde stattdessen der ressourcenschonendere MJPG-Streamer² verwendet. Mit diesem können bei einer zufriedenstellender Bildwiederholrate von ca. 16 Hz vier Webcams gleichzeitig an einem RaspberryPi betrieben werden. Das Skript, das die MJPG-Streamer Webcamserver für vier USB-Webcams startet, ist hier Abgedruckt.

```
#!/bin/bash
./mjpg_streamer -i "./input_udev.so_d_/dev/video0_q_33_y_r_320x240_f_15"
  -o "./output_http.so_w_/www_p_8084" &
./mjpg_streamer -i "./input_udev.so_d_/dev/video1_q_33_y_r_320x240_f_15"
  -o "./output_http.so_w_/www_p_8085" &
./mjpg_streamer -i "./input_udev.so_d_/dev/video2_q_33_y_r_320x240_f_15"
  -o "./output_http.so_w_/www_p_8086" &
./mjpg_streamer -i "./input_udev.so_d_/dev/video3_q_33_y_r_320x240_f_15"
  -o "./output_http.so_w_/www_p_8087"
```

¹<http://www.lavrsen.dk/foswiki/bin/view/Motion/WebHome>

²<http://sourceforge.net/projects/mjpg-streamer/>

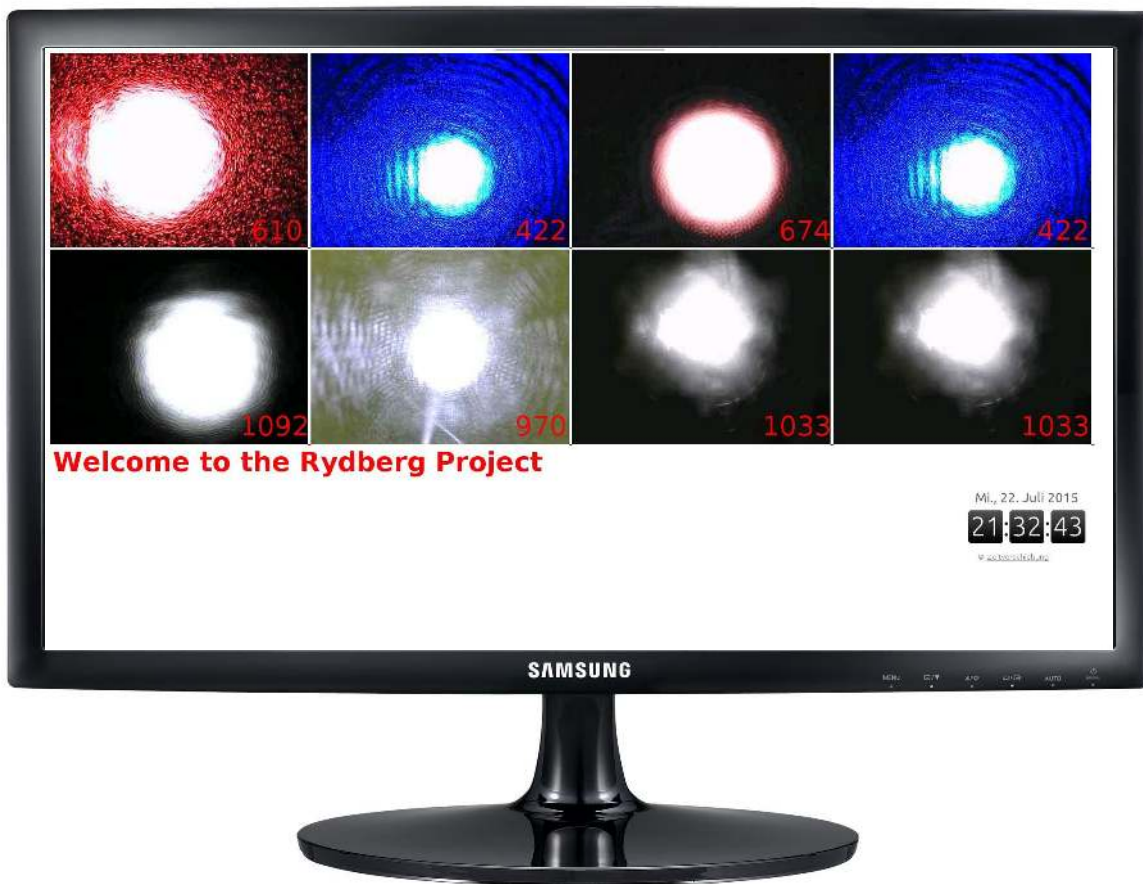


Abbildung B.1: RaspberryPi Webcamserver im Vollbildmodus auf einem PC-Monitor.

In diesem Skript wird die Auflösung der Streams festgelegt und jede **USB-Webcam** einem anderen Port zugewiesen. Dieses Skript wird auf zwei RaspberryPis ausgeführt. Eines der beiden wird für die Kameras der sichtbares Lichtspektrum (**VIS**)-Laser verwendet, das andere für die **IR-Laser**.

Für die Anzeige auf dem Monitor wurde eine **HTML** Seite erstellt, die alle Webcambilder anzeigt. Dieses wird auf einem weiteren RasperryPi bereitgestellt, der gleichzeitig zur Anzeige dieses Skripts auf dem Monitor dient. Der Code der Seite ist im folgenden abgedruckt.

```
<!DOCTYPE html PUBLIC "-//IETF//DTD_HTML_2.0//EN">
<HTML>
  <HEAD>
    <TITLE>
      RaspberryPi Webcamserver
    </TITLE>
  </HEAD>
<BODY>
  <!first webcam>
  <a href="http://192.168.0.214:8084/stream_simple.html">
    
    <p style="position: absolute; top: 250px; left: 370px; color: red;
      font-size: 300%">610</p>
```

```

</a>
<!second webcam>
<a href="http://192.168.0.214:8085/stream_simple.html">
  
  <p style="position: absolute; top: 250px; left: 844px; color: red;
    font-size:300%">422</p>
</a>
<!third webcam>
<a href="http://192.168.0.214:8086/stream_simple.html">
  
  <p style="position: absolute; top: 250px; left: 1318px; color: red;
    font-size:300%">674</p>
</a>
<!fourth webcam>
<a href="http://192.168.0.214:8085/stream_simple.html">
  
  <p style="position: absolute; top: 250px; left: 1782px; color: red;
    font-size:300%">422</p>
</a>
<br>
<!+++++IR-webcams+++++>
<!first webcam>
<a href="http://192.168.0.215:8081/stream_simple.html">
  
  <p style="position: absolute; top: 600px; left: 350px; color: red;
    font-size:300%">1092</p>
</a>
<!second webcam>
<a href="http://192.168.0.215:8082/stream_simple.html">
  
  <p style="position: absolute; top: 600px; left: 844px; color: red;
    font-size:300%">970</p>
</a>
<!third webcam>
<a href="http://192.168.0.215:8083/stream_simple.html">
  
  <p style="position: absolute; top: 600px; left: 1288px; color: red;
    font-size:300%">1033</p>
</a>
<!fourth webcam>
<a href="http://192.168.0.215:8083/stream_simple.html">
  
  <p style="position: absolute; top: 600px; left: 1752px; color: red;
    font-size:300%">1033</p>
</a>
<br>

```

```

<!+++++++clock+++++++>
<div style="position: absolute; top: 70%; left: 84%; text-align: center; width: 250px; padding: 0.5em 0;"><span style="color: gray;"></span><br /></a></h2> <iframe src="http://www.zeitverschiebung.net/clock-widget-iframe?language=de&timezone=Europe%2FVienna" width="120%" height="120" frameborder="0" seamless></iframe> <small style="color: gray;">&copy; <a href="http://www.zeitverschiebung.net/de/" style="color: gray;">Zeitverschiebung</a></small> </div>
<!--
the followin 4 lines are for santa claus.
please comment them after christmas.
-->
<iframe frameborder="0" marginheight="0" marginwidth="0" scrolling="no" height="256" width="256" src="http://www.christmaswebmaster.com/countdowns/santacount.html">
</iframe>
<!+++++++Rydberg banner+++++++>
<font size="10" color=red> <marquee align="left" scrollamount="1" scrolldelay="100" width=900>
    <b>Welcome to the Rydberg Project</b>
</marquee>
</font>

</BODY>
</HTML>

```

Hierfür werden nur drei der vier auf jedem der beiden RaspberryPi verfügbaren Webcamanschlüsse benötigt. Zusätzlich zu den Webcambildern ist eine Uhr eingebettet.

Damit der Bildschirm die ganze Zeit aktiv bleibt, muss auf dem an den Bildschirm angeschlossenen RaspberryPi der Bildschirmschoner in der Datei "/etc/x11/xinit/xinitrc" deaktiviert werden. Dies wird in zahlreichen Anleitungen im Internet beschrieben.

Anhang C

Charakterisierung des Spulenstroms und Abschätzung der Linienverbreiterung durch Stromschwankungen

Über einen Zeitraum von etwa 10 min wurde der Strom durch die Spulen mit einem Ampèremeter gemessen. Die Standardabweichung des Stroms bei dieser Messung beträgt etwa $22,7 \mu\text{A}$. Es wurde keine genauere Zeitinformation während der Messung gespeichert. Also ist lediglich aus der Erinnerung beim Auswerten der Daten bekannt, wie lange der Spulenstrom gemessen wurde. Da es sich aber ohnehin nur um eine grobe Abschätzung der Linienverbreiterung durch den Spulenstrom handelt, sollte dieser Wert jedoch ausreichend sein. Das Magnetfeld in der Mitte eines Helmholtzspulenpaars beträgt

$$B(x = 0) = \frac{2\mu_0 N I R^2}{\left(\left(\frac{d}{2}\right)^2 + R^2\right)^{3/2}} \quad (\text{C.1})$$

wobei μ_0 die magnetische Permeabilität, N die Windungszahl der Spulen, I der Strom, R der Radius der Spulen und d der Abstand zwischen den beiden Spulen sind.

Für einen Strom von 1 A wurde ein Magnetfeld von

$$B(x = 0) = (8,15491 \pm 0,00019) \text{ G} \quad (\text{C.2})$$

berechnet. Dieser Wert deckt sich nicht ganz mit dem aus dem Spektrum gewonnenen Wert für das Magnetfeld (siehe [Gleichung \(4.2\)](#) $B_{\text{Spektrum}} = (3,769 \pm 0,015) \text{ G}$). Jedoch stimmt die Größenordnung und es ist zu beachten, dass viele Einflüsse wie Erdmagnetfeld, Abschirmung durch die Vakuumkammer, etc. darin nicht berücksichtigt wurden.

Somit kann man aus der Standardabweichung des gemessenen Stroms über [Gleichung \(2.1\)](#) die Energieschwankungen der beiden am Übergang beteiligten Niveaus berechnen. Die Resonanzen der in [Abb. 4.4](#) gezeigten Spektrum sind, wie bereits in [Abschnitt 4.4](#) erwähnt, um $-\frac{8}{5} \frac{\mu_b B}{h}$, $-\frac{4}{5} \frac{\mu_b B}{h}$, $\frac{4}{5} \frac{\mu_b B}{h}$ und $\frac{8}{5} \frac{\mu_b B}{h}$ in der Frequenz verschoben (vergleiche [Abbildung 4.3](#)). Daraus ergibt sich eine Linienverbreiterung durch die Stromfluktuationen $\Delta\nu_{\text{Spulenstrom}}$ von

$$\Delta\nu_{\text{Spulenstrom}} = 207 \text{ Hz} \quad (\text{C.3})$$

für die inneren beiden Peaks und aufgrund der Landé-Faktoren eine fünf mal so große Verbreiterung für die äußeren beiden Resonanzen.

Anhang D

Frequenzstabilität des Wellenlängenmeßgeräts

Im Folgenden soll die Frequenzstabilität des Wellenlängenmeßgeräts (engl. Wavemeter) behandelt werden. Dazu wurde der Laser auf einen $S_{1/2} \rightarrow D_{5/2}$ Übergang stabilisiert und während der Messdauer von einer Stunde die Temperatur des HFR und die Wellenlänge des Lasers auf dem Wellenlängenmeßgerät gemessen. Das Ergebnis dieser Messung ist in Abb. D.1 zu sehen. Man erkennt, dass beide Messungen in Abb. D.1 nicht unabhängig voneinander sind. Insbesondere sieht man korrelierte Oszillationen zwischen Temperatur und der gemessenen Wellenlänge.

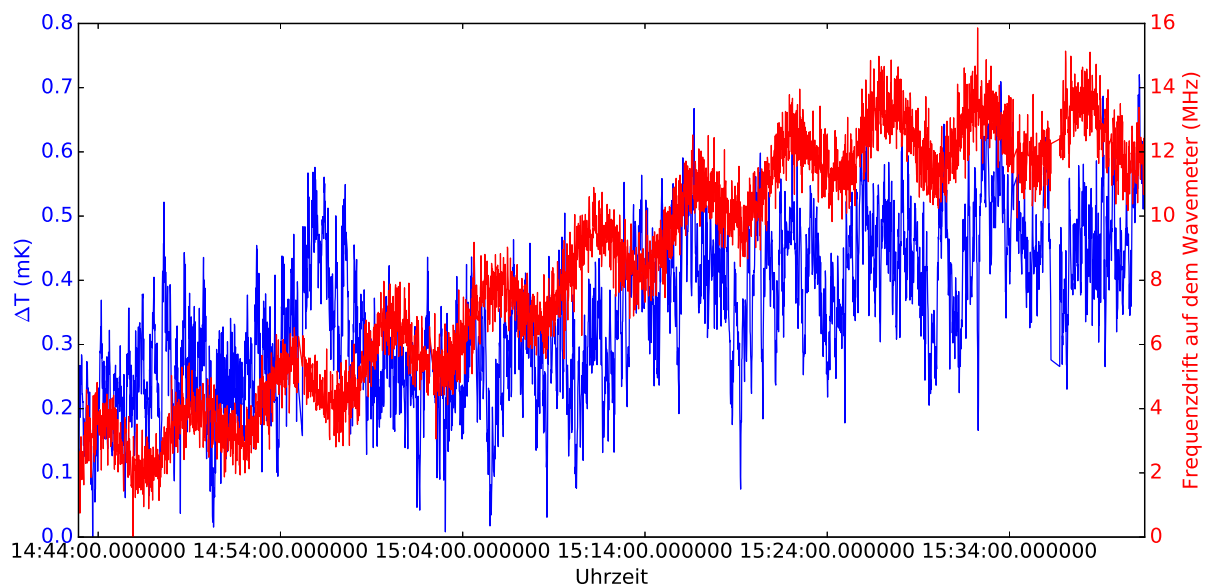


Abbildung D.1: Temperaturdifferenz im Inneren des HFR und Änderung der Wellenlänge auf dem Wellenlängenmeßgerät.

Zusätzlich wurde die Korrektur des “lock to the ion” Skripts ausgewertet, die bestimmt um wie viel der HFR relativ zum Ion driftet.. Diese ist in Abb. D.2 zu sehen. Die Drift auf dem Wellenlängenmeßgerät ist um zwei Größenordnungen größer als die Drift, die vom HFR Das Wellenlängenmeßgerät ist nicht temperaturstabilisiert. Es ist also jeglichen Temperaturschwankungen der Labortemperatur ausgesetzt. Hinzu kommt, dass die Spezifizierung des Wavemen-

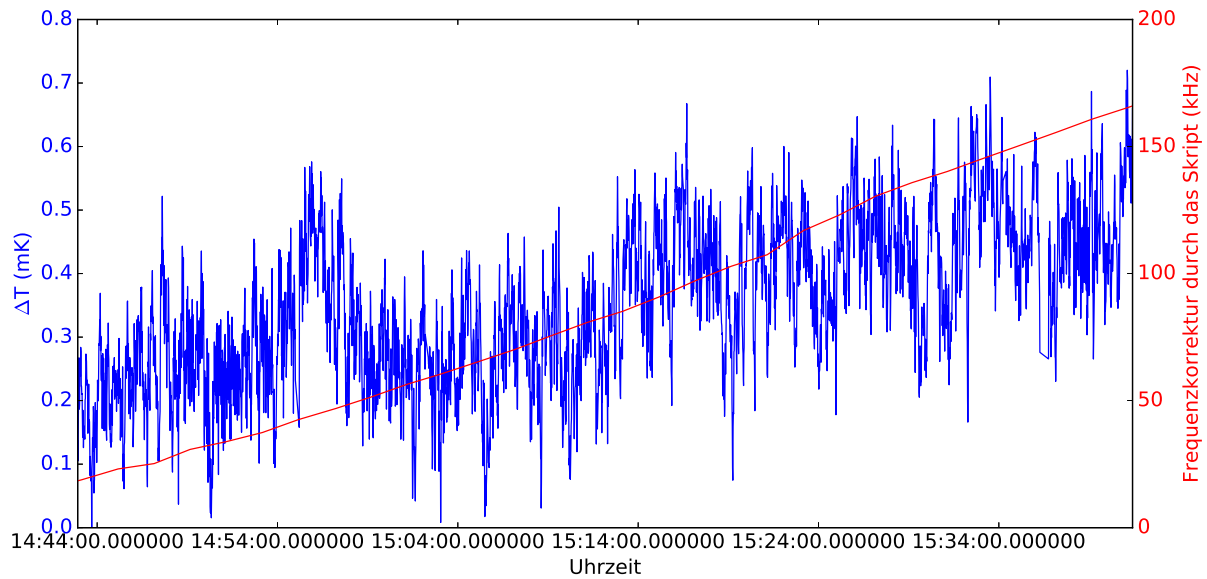


Abbildung D.2: Korrektur der AOM-Frequenz durch das “Lock-to-the-ion” Skript.

ters lediglich eine Genauigkeit von 200 MHz garantiert. Es kann festgehalten werden, dass das Wellenlängenmeßgerät unter normalen Laborbedingungen um etwa $10 \frac{\text{MHz}}{\text{h}}$ driftet. Der HFR hat eine Driftrate von etwa $40 \frac{\text{Hz}}{\text{s}}$. Die Driftrate des HFR dürfte sich jedoch verbessern lassen, indem ein temperaturstabilisierte Box um den HFR installiert wird und der Resonator auf eine Temperatur näher am ZEP stabilisiert wird.

Anhang E

VISA

Die Programmierschnittstelle Virtual Instrument Software Architecture (**VISA**) ist ein Industriestandard der Messindustrie, welcher von verschiedenen Herstellern eingehalten wird. Es ermöglicht die Steuerung von Messgeräten mit einem PC. Dieser Abschnitt dient als kleines Nachschlagewerk, wenn kurzerhand Geräte im Labor vom PC aus gesteuert werden sollen.

Einige der Hersteller, die die **VISA** Schnittstelle implementiert haben, sind:

- Agilent Technologies
- Anritsu
- Hameg
- Keysight Technologies
- National Instruments
- Rigol
- National Instruments
- Rohde & Schwarz
- Tabor Electronics
- Tektronix

Für die Verwendung von **VISA** in Python existiert die Implementierung “PyVISA”¹. Es gibt verschiedene Möglichkeiten, den PC mit dem Gerät zu verbinden. Die gebräuchlichsten Verbindungen sind über ein Netzkabel (Ethernet) oder über eine **USB**-Schnittstelle.

Ist die Verbindung zum Gerät hergestellt, kann dieses meist über **SCPI**-Befehle (engl. für Standard Commands for Programmable Instruments) gesteuert werden. Diese **SCPI** Befehle sind dem Handbuch des jeweiligen Geräts zu entnehmen. Einige der Befehle sind universell wie beispielsweise “ask (“* IDN?”)”, der das verbundene Gerät nach seiner Identifikationsnummer fragt.

¹<https://github.com/hgrecco/pyvisa>

Im Folgenden sind die wichtigsten Teile des Python-Programmcodes zum Auslesen und Steuern verschiedener Laborgeräte abgedruckt. Die hier abgedruckten, gekürzten Programmbeispiele sind aus einem Lauffähigen Code entnommen worden.

E.1 Digital Multimeter - Agilent 34461A

Das Multimeter kann sowohl per Netzwerkkabel, als auch per **USB** verbunden werden. Im hier gezeigten Beispiel ist es per Ethernet verbunden.

```
import vx11
#Das Multimeter wird per Netzwerkkabel verbundenen

#initalize multimeter
instr = vx11.Instrument("TCPIP1::192.168.0.230::INSTR")
print(instr.ask("*IDN?"),'\n')
#gibt die Identifikationsnummer des Ger\ "ats aus
for iteration in range(100):
    resistance=instr.ask('READ?')
    print 'iteration',x,resistance

instr.close()
#Verbindung zum Instrument schliessen
```

E.2 Signal Generator - Rigol DG1022A

Der Signalgenerator wird per **USB**-Kabel verbunden.

```
import time
import visa

start=time.time()
rm=visa.ResourceManager()
print
print(rm.list_resources())

func_gen=rm.open_resource(rm.list_resources()[0])
print func_gen.ask('*IDN?')

#gibt die Identifikationsnummer des Ger\ "ats aus

frequencies=[10,50,100,500,1800,6e3,500e3,700e3,3e6,5e6]

for j in frequencies:
    func_gen.write('APPL:SIN_'+str(j)+' ',''+str(0.2)+' ',8.0')
    time.sleep(2)

func_gen.close()
```

E.3 Spectrum Analyser - Hameg HMS-X

Beim HSM-X muss die USB-Verbindung im Gerätemanager auf "COM" umgestellt werden.

```
import visa
import time

#create a file to write measured data in it
output_filename=time.strftime('%Y.%m.%d_%H%M%S')+
    '_Spectrumanalyzer_measurement.txt'

f = open(output_filename, 'w')
f.write('iteration ,datetime ,clocktime ,EOM_drive_freq ,peak_level ,
    peak_frequency\n') # python will convert \n to os.linesep
f.close()

rm=visa.ResourceManager()
print(rm.list_resources())

inst=rm.open_resource('COM4')

func_startfreq=9900000
func_stopfreq=10100000
func_number_of_points=2000
func_spacing=(func_stopfreq-func_startfreq)/func_number_of_points
func_sweep=range(func_startfreq ,func_stopfreq ,func_spacing)

for i in range(func_number_of_points):
    inst.write('MARK:MAX:PEAK')
    inst.write('MARK:MAX:PEAK')
    time.sleep(2)
    inst.write('MARK:MAX:PEAK')
    inst.write('MARK:MAX:PEAK')

#remove the last 2 chars with[:-2] of the returned string which are "\n"
peak_level=inst.query('MARK:LEV?')[:-2]
peak_freq=inst.query('MARK:FREQ?')[:-2]

print 'iteration' ,func_sweep[i] ,peak_level ,peak_freq

#write data to file
f = open(output_filename, 'a')
f.write(str(i))
f.write(',')
f.write(datetime.datetime.now().strftime("%d_%b_%Y_%H:%M:%S.%f"))
f.write(',')
f.write(str(time.clock()))
f.write(',')
f.write(str(func_sweep[i]))
f.write(',')
f.write(peak_level)
f.write(',')
f.write(peak_freq) # python will convert \n to os.linesep
```

```
f.write('\n')
f.close()
time.sleep(.1)
```

E.4 Oszilloskope - Agilent DSOX3024A

Das Agilent Oszilloskop kann sowohl per USB-Schnittstelle als auch per Netzwerk-Anschluss verbunden werden. Beim hier gezeigten Beispiel ist es per Ethernet verbunden.

```
import time
import vx11
import visa

start=time.time()
sleeptime=7

rm=visa.ResourceManager()
print
print(rm.list_resources())

oszi = vx11.Instrument("192.168.0.218")
print oszi.ask('*IDN?')
#gibt die Identifikationsnummer des Ger\ "ats aus
print oszi.ask('ACQ:COMP?')

filename='no_pid'
oszi.write('SAVE:FILE'+filename)

frequencies=[10,20,60]

for j in frequencies:
    timedomain=float(number_of_periods)/j
    timedomain="%1.0e" % timedomain #round timedomian
    oszi.write('TIM:RANG'+timedomain)
    print oszi.ask('TIM:RANG?')
    time.sleep(sleeptime*0.3)
    for i in range(number_of_measurements_per_frequency):
        print j,i
        oszi.write('SAVE:IMAG:FORM_BMP8bit')
        oszi.write('SAVE:IMAG')
        time.sleep(sleeptime)

        oszi.write('SAVE:WAV:FORM_CSV')
        oszi.write('SAVE:WAV')
        time.sleep(sleeptime)
func_gen.close()

print '\ntook_%1.0f_minutes_to_measure' % ((time.time()-start)/60)
print 'DONE'
```


Anhang F

Zertifikat des Hoch-Finesse-Resonators



Zero Crossing Temperature Measurement of ULE Cavity Spacer

Customer: Innsbruck- Hennrich

Date: April 10, 2012

Cert. Number: ZC2012/036

Purchase Order – ATU 579 96 437

Cavity Spacer Type: ATF 6300 50 mm diameter Spherical Cavity Spacer

Cavity Serial Number: 61

Measurement results:

Zero Crossing temperature 22.5 C

Error: ± 1 C

Cavity Spacer Length: 47.635 mm

Speed of sound at 26 C: 5737.6ms^{-1}

Comments: None

Stable Laser Systems Certifies this measurement of the speed of sound in this Cavity Spacer at 26 C. The conversion to Zero Crossing Temperature was done according to: R. W. Fox, "Effect of Structural Distortion on Fabry-Perot Temperature Response," in Conference on Lasers and Electro-Optics/International Quantum Electronics Conference, OSA Technical Digest (CD) (Optical Society of America, 2009), paper CWI3.

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'M-Notcutt'.

Mark Notcutt

Stable Laser Systems LLC

5733 Central Ave

Boulder CO 80301 303 570 1806 www.stablelasers.com

Anhang G

Datenblatt des Qubig EOMs

Qubig GmbH
 Greimelstr. 26
 83236 Übersee
 Germany
 Tel: +49 8642 2449064
 Fax: +49 8642 2447063
 eMail: mail@qubig.de
 Web: www.qubig.com

empowering laser technologies



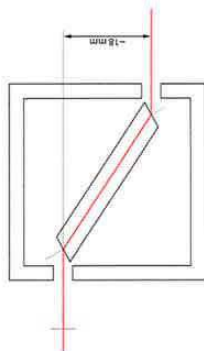
Test Data Sheet

EO-F20A3-BC
 S/N: G4224

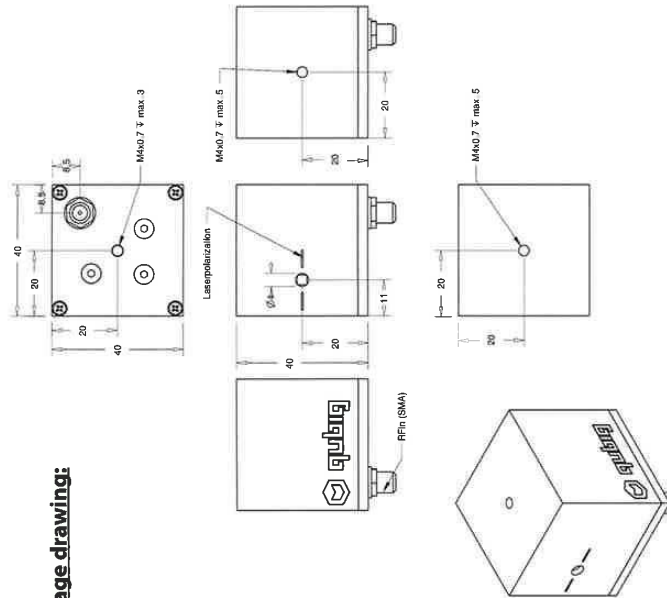
High-Q, resonant electro-optic modulator

Parameter	Value	Unit
Resonance Frequency	19.44	MHz
Preset Frequency	19.44	MHz
Bandwidth	570	KHz
Q-factor	~35	
EO crystal	KTA - Brewster Cut	
Aperture	3x2.7mm ²	
Wavefront distortion	$\lambda/4$	
Optical damage threshold (671nm)	10	W/mm ²
max. RF	2	W
AR coating (R<0.5%)	—	μm
Modulation at 671 nm	RF _{in} = 23.7dBm @ $\beta=1$ rad	

Optical path:



Package drawing:



Tested by:

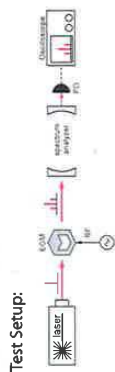


Date:

9.4.14

Modulation Performance:

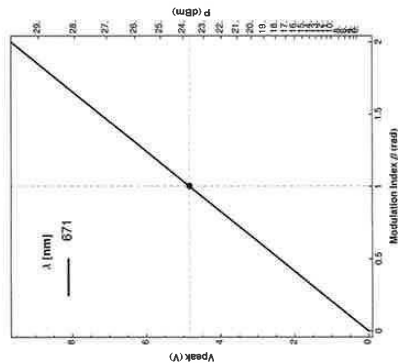
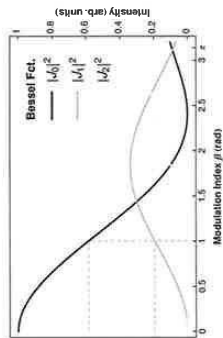
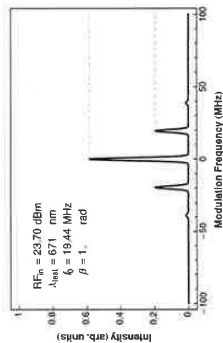
Measured Phase Modulation:



Parameters:

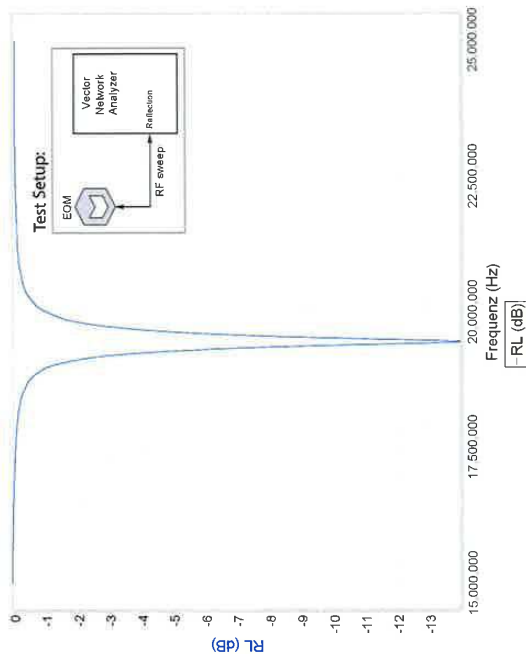
RF input power	RF _{in}	23.7	dBm
Test wavelength	λ _{test}	671	nm
Resonance Frequency	f ₀	19.44	MHz

Modulation vs. Power:

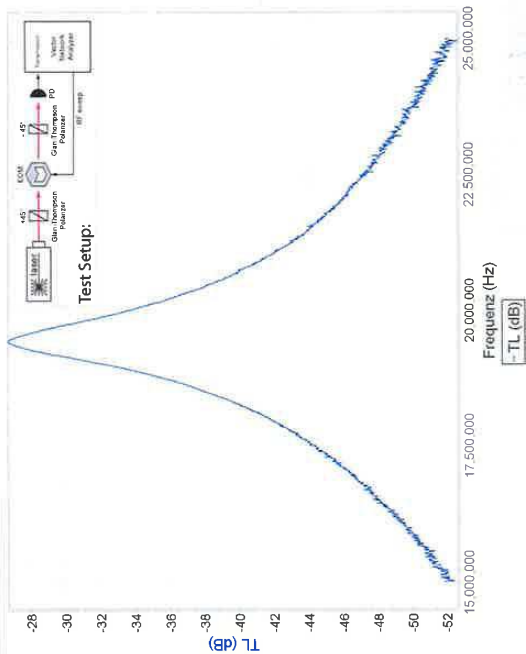


β [rad]	unit	λ ₀
λ	nm	671
V _{peak}	V	4.8
V _{res}	V	3.4
P	dBm	23.7
P	mW	234
V ₀	V	15.2
β/V _{peak}	rad/V	0.21

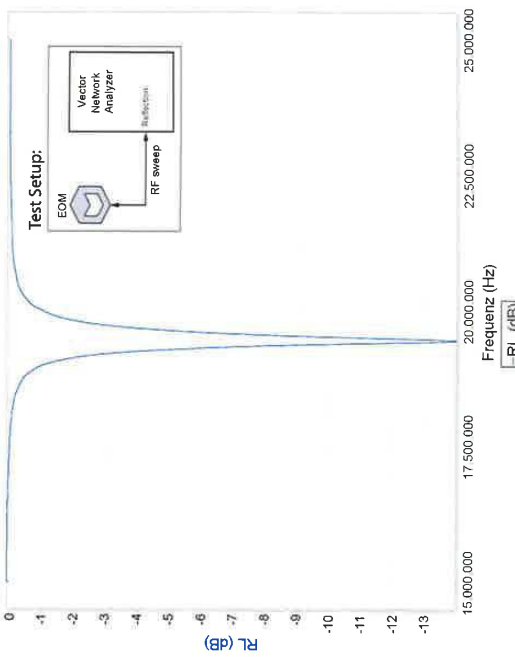
Return loss:



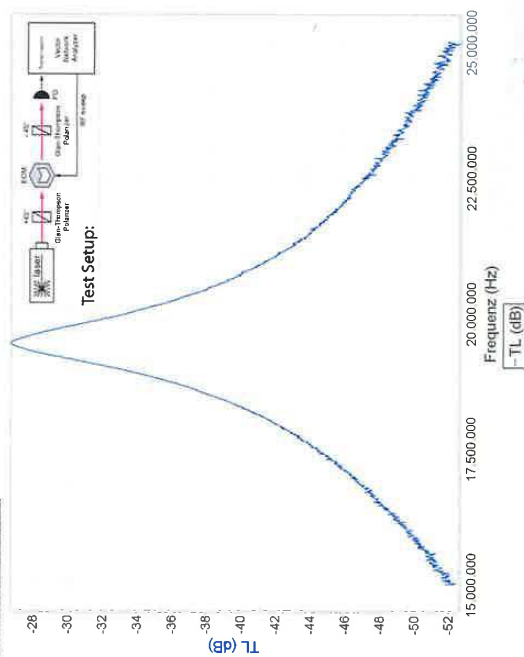
Optical Modulation:



Return loss:



Optical Modulation:



RAM considerations:

Residual Amplitude Modulation (RAM) can be detected directly with a photo detector (in contrast to pure phase modulation). Simply pick up the modulated laser light after the Electro-Optical Modulator (EOM) with a fast enough photo detector and observe the RAM signal (at f0) with a spectrum analyzer. Before minimizing RAM bear in mind that optical components (polarizers, cavities, etc.) after the EOM can enhance the RAM signal. In addition make sure that the EOM is fully thermalized before starting to optimize the following critical parameters:

- **RF level:** keep the RF power for the EOM as low as possible. Usually only a few percent in the sidebands are sufficient to generate a proper lock signal.
- **Photo detector:** make sure to focus the laser beam well within the active area of the photo diode because fringe effects can artificially enhance/amplify the RAM signal. Of course make sure that the RF signal path and the photo detector are well shielded to avoid any direct pick up. In case the photo diode is protected by a glass plate avoid etalon effect due to back reflection.
- **Beam size:** a small laser beam size (collimated!) can significantly reduce RAM effects because distortions within the spatial mode profile are minimized.
- **Polarization:** a pure well aligned laser polarization can reduce RAM effects. We recommend to use a high contrast linear polarizer in a precision rotation mount before the EOM.
- **EOM / Laser alignment:** RAM effects can be very sensitive to crystal alignment (< 1°). We recommend to use a fine adjustable stage (e.g. prism table or mirror mount) to control the relative angles between the laser propagation along the crystal axes. Often a small to significant angle (preferable in the plane normal to the polarization axis) proves useful in order to minimize RAM.
- **Temperature:** RAM critically depends on the temperature of the birefringent EO crystal. The maximum RAM signal can be minimized by following above procedures but in order to completely suppress RAM a $\Delta T \leq 0.01K$ is necessary.

Abkürzungsverzeichnis

ADC	analog-to-digital converter
AOM	akustooptischer Modulator
AR	antireflex
Ba	Barium
BNC	Bayonet Neill-Concelman
BSB	Blue Side-Band
BS	Beam Sampler
Ca	Kalzium
CCD	Charge-coupled device
CD	Compact disc
CTE	coefficient of thermal expansion
DAC	digital-to-analog converter
DC	Gleichstrom
ECDL	External-Cavity Diode Laser
EOM	elektrooptischer Phasenmodulator
FWHM	Full width at half maximum
GT	Glan-Thompson
GUI	Graphical User Interface
HFR	Hoch-Finesse-Resonator
HTML	HyperText Markup Language
IR	Infrarot
Kr	Krypton
Laser	Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation
OPV	Operationsverstärker
Osz	Oszilloskop
PBS	Polarizing Beam Splitter

PC	Personal computer
PDH	Pound-Drever-Hall
PD	Photodiode
PID	Proportional-, Differential- und Integral-Regler
PMT	photomultiplier tube
RAM	remanente Amplitudenmodulation
RF	Radio-Frequenz
RP	Red Pitaya
RSB	Red Side-Band
SCPI	Standard Commands for Programmable Instruments
SMA	SubMiniature version A
Sr	Strontium
TA	Trapezverstärker
ULE	ultra low expansion glass
USB	Universal Serial Bus
UV	Ultraviolett
VISA	Virtual Instrument Software Architecture
VIS	sichtbares Lichtspektrum
VUV	Vakuum-Ultraviolett
ZEP	zero expansion point

Literaturverzeichnis

- [1] K. An, C. Yang, R. R. Dasari, und M. S. Feld. Cavity ring-down technique and its application to the measurement of ultraslow velocities. *Optics letters*, 20(9):1068–1070, 1995. URL <https://www.osapublishing.org/ol/abstract.cfm?uri=ol-20-9-1068>.
- [2] J. Bechhoefer. Feedback for physicists: A tutorial essay on control. *Reviews of Modern Physics*, 77(3):783, 2005. URL <http://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.77.783>.
- [3] Bernhard Halle Nachfl. GmbH. Bernhard Halle Catalog. online, 06 2015. URL <http://www.b-halle.de/EN/Downloads/BHalleCatalogDE.pdf>.
- [4] E. D. Black. An introduction to Pound–Drever–Hall laser frequency stabilization. *American Journal of Physics*, 69(1):79–87, 2001. URL <http://elmer.tapir.caltech.edu/ph237/week13/BlackAJP01.pdf>.
- [5] M. Brownnutt. *$^{88}\text{Sr}^+$ ion trapping techniques and technologies for quantum information processing*. PhD thesis, Imperial College London, 2007. URL <http://heart-c704.uibk.ac.at/images/people/michael.brownnutt/BrownnuttThesis.pdf>.
- [6] I. Buluta und F. Nori. Quantum simulators. *Science*, 326(5949):108–111, 2009. URL <https://www.sciencemag.org/content/326/5949/108>.
- [7] B. Casabone, K. Friebe, B. Brandstätter, K. Schüppert, R. Blatt, und T. E. Northup. Enhanced quantum interface with collective ion-cavity coupling. *Physical Review Letters*, 114(2), Jan 2015. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.114.023602>.
- [8] M. Chwalla. *Precision spectroscopy with $^{40}\text{Ca}^+$ ions in a Paul trap*. PhD thesis, 2009. URL http://heart-c704.uibk.ac.at/publications/dissertation/chwalla_diss.pdf.
- [9] J. I. Cirac und P. Zoller. Quantum computations with cold trapped ions. *Physical review letters*, 74(20):4091, 1995. URL <http://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.74.4091>.
- [10] J. Clarke und F. K. Wilhelm. Superconducting quantum bits. *Nature*, 453(7198):1031–1042, 2008. URL <http://www.nature.com/nature/journal/v453/n7198/abs/nature07128.html>.

- [11] G. Coppola. Stabilization of a diode laser onto a stable high-finesse cavity for and coherent manipulation of Sr^+ ions. University of Innsbruck Internship, August 2014.
- [12] D. Deutsch. Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer. 400(1818):97–117, 1985. URL <http://rspa.royalsocietypublishing.org/content/400/1818/97>.
- [13] R. Drever, J. L. Hall, F. Kowalski, J. Hough, G. Ford, A. Munley, und H. Ward. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Applied Physics B*, 31(2): 97–105, 1983. URL <http://link.springer.com/article/10.1007%2FBF00702605>.
- [14] Edmund Optics Inc. Understanding surface quality specifications based on U.S. Standard MIL-PRF-13830B, 2014. URL <http://www.edmundoptics.com/technical-resources-center/optics/understanding-surface-quality-specifications/>.
- [15] A. Erhard. Frequenzstabilisierung eines Diodenlasersystems mit 729 nm. Masterthesis, Universität Innsbruck, März 2015. URL http://www.quantumoptics.at/images/publications/diploma/master_erhard.pdf.
- [16] T. Feldker, P. Bachor, M. Stappel, D. Kolbe, R. Gerritsma, J. Walz, und F. Schmidt-Kaler. Rydberg excitation of a single trapped ion. 2015. URL <http://arxiv.org/pdf/1506.05958v1.pdf>.
- [17] J.-A. Fenske. Implementierung eines digitalen PID-Reglers mit dem Entwicklungsboard “Red Pitaya“, 2015.
- [18] R. P. Feynman. Simulating physics with computers. *International journal of theoretical physics*, 21(6/7):467–488, 1982. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF02650179>.
- [19] T. Fliessbach. *Quantum mechanics. Textbook on theoretical physics III. 4. rev.* 2005.
- [20] C. J. Foot. *Atomic physics*. Oxford University Press, Oxford University Press, 1. publ., repr. edition, 2006. ISBN 0-19-850696-1. URL <http://www.ulb.tu-darmstadt.de/tocs/179738399.pdf>.
- [21] R. W. Fox. Temperature analysis of low-expansion fabry-perot cavities. Technical report, Optical Society of America, 2009. URL <http://tf.boulder.nist.gov/general/pdf/2363.pdf>.
- [22] A. Franzen. Componentlibrary, 2015. URL <http://www.gwoptics.org/ComponentLibrary/>. A vector graphics library for illustrations of optics experiments.
- [23] I. Georgescu, S. Ashhab, und F. Nori. Quantum simulation. *Reviews of Modern Physics*, 86(1):153, 2014. URL <http://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.86.153>.
- [24] L. K. Grover. A fast quantum mechanical algorithm for database search. pages 212–219, 1996. URL <http://arxiv.org/abs/quant-ph/9605043>.

- [25] J. W. Haag. Glasfasern als Wellenleiter für ultraviolettes Licht. Masterthesis, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck, April 2015.
- [26] H. Haken und H. C. Wolf. *Atom-und Quantenphysik. Einführung in die experimentellen und theoretischen Grundlagen. 5. verbesserte und erweiterte Aufl.* Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1993.
- [27] T. W. Hänsch und A. L. Schawlow. Cooling of gases by laser radiation. *Optics Communications*, 13(1):68–69, 1975. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0030401875901595>.
- [28] T. Hof, D. Fick, und H. Jänsch. Application of diode lasers as a spectroscopic tool at 670 nm. *Optics Communications*, 124(3-4):283 – 286, 1996. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0030401895006982>.
- [29] K. Hrdina. Production and properties of ULE glass with regards to EUV masks. 1999. URL <http://www.sematech.org/meetings/archives/litho/euv1/199910XX/108HrdinaULEGlassProduction.pdf>.
- [30] D. F. James. Quantum dynamics of cold trapped ions with application to quantum computation. *Applied Physics B: Lasers and Optics*, 66(2):181–190, 1998. URL <http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs003400050373?LI=true>.
- [31] P. Jurcevic, B. P. Lanyon, P. Hauke, C. Hempel, P. Zoller, R. Blatt, und C. F. Roos. Quasiparticle engineering and entanglement propagation in a quantum many-body system. *Nature*, 511(7508):202–205, 2014. URL <http://www.nature.com/nature/journal/v511/n7508/full/nature13461.html>.
- [32] W. M. Kaminsky, S. Lloyd, und T. P. Orlando. Scalable superconducting architecture for adiabatic quantum computation. *arXiv preprint quant-ph/0403090*, 2004. URL <http://arxiv.org/abs/quant-ph/0403090>.
- [33] B. E. Kane. A silicon-based nuclear spin quantum computer. *nature*, 393(6681):133–137, 1998. URL <http://www.nature.com/nature/journal/v393/n6681/full/393133a0.html>.
- [34] G. Kirchmair. Frequency stabilization of a titanium-sapphire laser for precision spectroscopy on calcium ions. Diplomarbeit, University of Innsbruck, Austria, November 2006. URL http://heart-c704.uibk.ac.at/publications/diploma/diplom_kirchmair.pdf.
- [35] E. Knill, R. Laflamme, und G. J. Milburn. A scheme for efficient quantum computation with linear optics. *nature*, 409(6816):46–52, 2001. URL <http://www.nature.com/nature/journal/v409/n6816/abs/409046a0.html>.
- [36] M. Kumph. *2D arrays of Ion traps for Large Scale Integration of Quantum Information Processors*. PhD thesis, Universität Innsbruck, 2015. URL http://www.quantumoptics.at/images/publications/dissertation/kumph_diss.pdf.

- [37] V. Lange, M. A. Khan, U. Eichmann, und W. Sandner. Rydberg states of the strontium ion. *Z. Phys. D*, 18:319–324, 1991. URL <http://link.springer.com/article/10.1007%2FBF01426593>. 10.1007/BF01426593.
- [38] y. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, und D. Wineland. Quantum dynamics of single trapped ions. *Reviews of Modern Physics*, 75(1):281, 2003. URL <http://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.75.281>.
- [39] D. Leibbrandt. Zero-expansion point for space with ule rings. Persönliche Mitteilung, Juni 2015.
- [40] D. R. Leibbrandt, M. J. Thorpe, M. Notcutt, R. E. Drullinger, T. Rosenband, und J. C. Bergquist. Spherical reference cavities for frequency stabilization of lasers in non-laboratory environments. *Opt. Express*, 19(4):3471–3482, Feb 2011. URL <http://www.opticsexpress.org/abstract.cfm?URI=oe-19-4-3471>.
- [41] W. Li und I. Lesanovsky. Entangling quantum gate in trapped ions via Rydberg blockade. *Applied Physics B*, 114(1-2):37–44, 2014. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s00340-013-5709-6>.
- [42] D. Loss und D. P. DiVincenzo. Quantum computation with quantum dots. *Physical Review A*, 57(1):120, 1998. URL <http://journals.aps.org/pra/abstract/10.1103/PhysRevA.57.120>.
- [43] J. Lunze. *Regelungstechnik 1: Systemtheoretische Grundlagen*. 2010. ISBN 3642295320.
- [44] C. Maier. Laser system for the Rydberg excitation of strontium ions. Mastertesis, Leopold-Franzens University of Innsbruck, März 2013. URL http://www.quantumoptics.at/images/publications/diploma/master_maier.pdf.
- [45] J. M. Michael. *Quantum Metrology and Many-Body Physics: Pushing the Frontier of the Optical Lattice Clock*. PhD thesis, University of Colorado, 2013. URL http://jila.colorado.edu/yelabs/sites/default/files/uploads/MJMartinThesisFinal_April%202013.pdf.
- [46] C. Monroe, D. Meekhof, B. King, W. Itano, und D. Wineland. Demonstration of a fundamental quantum logic gate. *Physical Review Letters*, 75(25):4714, 1995. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.75.4714>.
- [47] T. Monz, D. Nigg, E. A. Martinez, M. F. Brandl, P. Schindler, R. Rines, S. X. Wang, I. L. Chuang, und R. Blatt. Realization of a scalable Shor algorithm. *arXiv preprint arXiv:1507.08852*, 2015. URL <http://arxiv.org/abs/1507.08852>.
- [48] M. Müller, L. Liang, I. Lesanovsky, und P. Zoller. Trapped Rydberg ions: from spin chains to fast quantum gates. *New Journal of Physics*, 10(9):093009, 2008. URL <http://stacks.iop.org/1367-2630/10/i=9/a=093009>.

- [49] P. Neumann, N. Mizuochi, F. Rempp, P. Hemmer, H. Watanabe, S. Yamasaki, V. Jacques, T. Gaebel, F. Jelezko, und J. Wrachtrup. Multipartite entanglement among single spins in diamond. *science*, 320(5881):1326–1329, 2008. URL <https://www.sciencemag.org/content/320/5881/1326.full>.
- [50] D. Nigg, M. Müller, E. A. Martinez, P. Schindler, M. Hennrich, T. Monz, M. A. Martin-Delgado, und R. Blatt. Quantum computations on a topologically encoded qubit. *Science*, 345(6194):302–305, 2014. URL <http://www.sciencemag.org/content/345/6194/302.abstract>.
- [51] NIST. Physical reference data, handbook of basic atomic spectroscopic data., 2015. URL <http://www.nist.gov/pml/data/handbook/index.cfm>.
- [52] A. Nizovtsev, S. Y. Kilin, F. Jelezko, T. Gaebel, I. Popa, A. Gruber, und J. Wrachtrup. A quantum computer based on nv centers in diamond: optically detected nutations of single electron and nuclear spins. *Optics and spectroscopy*, 99(2):233–244, 2005. URL <http://link.springer.com/article/10.1134%2F1.2034610>.
- [53] W. Paul. Electromagnetic traps for charged and neutral particles. *Reviews of Modern Physics*, 62(3):531, 1990. URL <http://journals.aps.org/rmp/abstract/10.1103/RevModPhys.62.531>.
- [54] J. Poirson, F. Bretenaker, M. Vallet, und A. L. Floch. Analytical and experimental study of ringing effects in a Fabry–Perot cavity. Application to the measurement of high finesse. *J. Opt. Soc. Am. B*, 14(11):2811–2817, Nov 1997. URL <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-14-11-2811>.
- [55] F. Pokorny. Experimental setup for trapping strontium Rydberg ions. Masterthesis, Leopold-Franzens University of Innsbruck, March 2014. URL http://heart-c704.uibk.ac.at/publications/diploma/master_pokorny.pdf.
- [56] L. Postler. Ein Schmalbandiges Halbleiter-Lasersystem für Quanteninformationsverarbeitung und Spektroskopie. Masterthesis, Universität Innsbruck, 2015.
- [57] RedPitaya. Red pitaya hardware specifications v1.1.1, April 2014. URL https://www.dropbox.com/s/b2pxkwj1ljzyw71/Red_Pitaya_HW_Specs_V1.1.1.pdf.
- [58] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König, und T. Hänsch. A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics. *Optics Communications*, 117(5-6):541–549, 1995. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/003040189500146Y>.
- [59] N. Röck. Quantum manipulation on the barium quadrupolar transition. Masterthesis, 2011. URL http://quantumoptics.at/images/publications/diploma/diplom_Nadia_Roeck.pdf.
- [60] C. F. Roos. *Controlling the quantum state of trapped ions*. PhD thesis, Leopold-Franzens-Universität Innsbruck, 2000. URL http://quantumoptics.at/images/publications/dissertation/roos_diss.pdf.

- [61] B. E. Saleh und M. C. Teich. *Grundlagen der Photonik*. Wiley-Vch, 2008. ISBN 3527406778.
- [62] F. Schmidt-Kaler, T. Feldker, D. Kolbe, J. Walz, M. Müller, P. Zoller, W. Li, und I. Lesanovsky. Rydberg excitation of trapped cold ions: a detailed case study. *New Journal of Physics*, 13(7):075014, 2011. URL <http://stacks.iop.org/1367-2630/13/i=7/a=075014>.
- [63] J. Schulz. Modulationsspektroskopie an einem einzelnen Ba⁺-Ion. Diplomarbeit, Universität Hamburg, Januar 1998. URL <http://www.joachimschulz.de/publications/diplom.pdf>.
- [64] M. Sepiol. Frequency stabilization of a 729 nm diode laser to an external high finesse reference cavity. Masterthesis, ETH Zurich, 2012. URL http://www.tiqi.ethz.ch/thesiswork/mastersthesis-martin_sepiol.pdf.
- [65] P. W. Shor. Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring. pages 124–134, 1994. URL <http://dx.doi.org/10.1109/sfcs.1994.365700>.
- [66] L. Soldicka. *Single ion - single photon interactions in free space*. PhD thesis, 2013. URL http://www.quantumoptics.at/images/publications/dissertation/slodicka_diss.pdf.
- [67] J. S. Steinhart und S. R. Hart. Calibration curves for thermistors. *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*, 15(4):497 – 503, 1968. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0011747168900570>.
- [68] TOPTICA Photonics AG. Brochure: Scientific lasers, August 2015. URL http://www.toptica.com/uploads/media/toptica_BR_Scientific_Lasers_03.pdf.
- [69] A. Willis, A. Ferguson, und D. Kane. External cavity laser diodes with frequency-shifted feedback. *Optics Communications*, 116(1-3):87 – 93, 1995. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0030401895000298>.
- [70] D. J. Wineland, W. M. Itano, und R. S. van Dyck. High resolution spectroscopy of stored ion. *Adv. At. Mol. Phys*, 19:135–186, 1983. URL http://link.springer.com/chapter/10.1007%2F978-3-642-74501-0_14. PDH.
- [71] W. Zhang, M. J. Martin, C. Benko, J. L. Hall, J. Ye, C. Hagemann, T. Legero, U. Sterr, F. Riehle, G. D. Cole, und et al. Reduction of residual amplitude modulation to 1×10^{-6} for frequency modulation and laser stabilization. *Optics Letters*, 39(7):1980, 2014. URL <http://dx.doi.org/10.1364/OL.39.001980>.

Danksagung

Nun mochte ich die Gelegenheit nutzen und mich noch bei einigen Menschen bedanken, ohne die diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre. Vor allem möchte ich mich bei Markus bedanken, der einfach der beste Betreuer war, den man sich vorstellen kann. Er hat mir genug Freiraum gelassen, meine eigenen Ideen auszuprobieren und stand aber auch immer parat, wenn ich mich mal festgefahren hatte, um mich dann wieder auf die richtige Spur zu setzen. Für die gemeinsame Zeit sowohl innerhalb, also auch außerhalb des Labors, möchte ich mich bei meinem Laborkollegen Fabian, Gerard und Hannes bedanken. Wir hatten viele lehrreiche, lustige und spannende, zum Teil sehr lange, Tage im Labor, die immer wie im Flug vergingen. Auch bei der ganzen Arbeitsgruppe um Prof. Rainer Blatt möchte ich mich bedanken. Der Teamgeist und hilfsbereite Umgang werden mir in bester Erinnerung bleiben. Es gibt wenige Arbeitsgruppen, die auf solch einem Niveau mitspielen können.

Außerdem möchte ich mich bei allen bedanken, die meine Arbeit Korrektur gelesen haben, und mir dabei geholfen haben den Fehlerteufel zu besiegen.

Zuletzt möchte ich mich bei meiner Familie bedanken, die mich während meines ganzen Studiums so tatkräftig unterstützt hat. Ganz herzlich möchte ich mich auch bei Josefine bedanken, die mir in schwierigen Phasen meines Studiums immer wieder Mut zugesprochen hat. Besonders möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die mir keinen Wunsch ausgeschlagen haben und mich bei all meinen Vorhaben zur Seite gestanden sind.